LE JOURNAL DE PHYSIQUE
ET
LE RADIUM

SUR UNE PROPRIÉTÉ LIMITE DE L'ONDE MOYENNE EN THÉORIE FONCTIONNELLE DES SYSTÈMES DE CORPUSCULES

Par Jean-Louis DESTOUCHES,
Institut Henri-Poincaré, Paris.

Résumé. — On montre que, sous quatre conditions, l'onde moyenne d'un grand nombre de corpuscules en théorie fonctionnelle non linéaire obéit, avec une probabilité très voisine de l'unité, à une équation linéaire. Celle-ci est identique à l'équation d'ondes de la Mécanique ondulatoire usuelle pour le problème correspondant ; ainsi se trouve fixée la partie linéaire de l'équation d'une onde u en théorie fonctionnelle.

Abstract. — It is shown that under four conditions, the mean wave for a great number of particles in the non linear functional theory of particles obeys a linear equation with a probability very near unity. This equation is the same as the wave equation in the usual wave mechanics for the corresponding problem. Thus the linear part of the equation for the u-wave in the functional theory of particles is determined.

1. Introduction. — F. Aeschlimann dans un article récent [1] a défini, pour un système de corpuscules, l'onde moyenne u d'une partie d'un système de corpuscules formée de corpuscules de la même classe. Nous allons considérer le cas où cette partie est formée d'un grand nombre de corpuscules et étudier une propriété limite de cette onde moyenne.

Cette propriété aura pour conséquence de fixer la forme de l'opérateur $\mathfrak{L}$ qui figure dans l'équation de l'onde physique u d'un corpuscule et ainsi de fournir une justification théorique à la proposition qui était prise jusqu'ici comme postulat fondamental de la théorie fonctionnelle des corpuscules [2].

2. Onde moyenne d'une partie d'un système formé d'un grand nombre de corpuscules. — Soit un système S de corpuscules en théorie fonctionnelle, le $i^{\text{ième}}$ corpuscule obéissant à une équation de la forme

$$\mathfrak{L}u_i = Q_i(u_i, \nabla).$$

Soit alors une partie P formée de n corpuscules de même classe admettant $u_{\mathrm{M}}(\mathrm{P}, \mathrm{T})$ pour onde moyenne, avec

$$u_{\mathrm{M}} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} u_i\,;$$

alors

$$\mathfrak{L}u_{\mathrm{M}} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \mathfrak{L}u_i.$$

Si tous les corpuscules de la partie P admettent le même opérateur $\mathfrak{L}$ (c'est en particulier le cas pour des corpuscules de même espèce sans interaction) l'onde moyenne u_{M} obéit à l'équation

$$\mathfrak{L}u_{\mathrm{M}} = \frac{1}{n}\sum Q_i(u_i, \nabla).$$

Pour simplifier l'écriture posons

$$Q_{\mathrm{M}} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Q_i(u_i, \nabla).$$

1° Supposons que les termes non linéaires Q_i sont bornés par un nombre b pour les ondes u_i considérées, soit

$$|Q_i(u_i, \nabla)| < b$$

alors on a

$$|Q_{\mathrm{M}}| < b$$

car

$$|Q_{\mathrm{M}}| = \left|\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{n}Q_i\right| \leqslant \sum_{i=1}^{n}\left|\frac{1}{n}Q_i\right| = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{n}|Q_i|$$

or ici $|Q_i| < b$, donc n termes inférieurs à $\frac{1}{n}b$ sont inférieurs à b.

Soit $\mathsf{D}(u_i, \varepsilon, t)$ l'ensemble des points P pour lesquels $|Q(u_i, \nabla)| > \varepsilon$:

$$\mathsf{D}(u_i, \varepsilon, t) =_d \underset{\mathrm{P}}{\mathsf{E}}\left\{\,|Q_i(u_i, \nabla)| > \varepsilon \text{ à } t\right\}.$$

Une fois les u_i intégrés et calculés, les $Q_i(u_i, \nabla)$ deviennent des fonctions de point et du temps, des fonctions de P et t, donc après résolution des équa-

tions fondamentales pour les divers u_i du système, Q_M devient une fonction de P et t et on a :

$$|Q_M| > \varepsilon \quad \text{si} \quad P \in \bigcup_{i=1}^{n} D(u_i, \varepsilon, t)$$

car si P n'appartient à aucun des ensembles D, tous les termes $|Q_i(u_i, \nabla)|$ sont inférieurs à ε, donc $|Q_M|$ est inférieur à $n.\frac{\varepsilon}{n}$, d'où en désignant par C le complémentaire d'un ensemble

$$P \in C\left[\bigcup_{i=1}^{n} D(u_i, \varepsilon, t)\right] \to |Q_M| < \varepsilon. \quad (1)$$

De même en désignant par $a \vee b$ le plus grand des deux nombres a, b, on aura

$$P \in C\left[\bigcup_{j,k=1}^{n} \left[D(u_j, \varepsilon, t) \cap D(u_k, \varepsilon, t)\right]\right] \to |Q_M| < \frac{b}{n} + \frac{n-1}{n}\varepsilon \vee \varepsilon \quad (2)$$

car ou bien P appartient au premier ensemble considéré, alors $|Q_M| < \varepsilon$, ou bien P appartient à un seul $D(u_i, \varepsilon, t)$ et il y a un $Q_i(u_i, \nabla)|$ qui est compris entre ε et b, donc $|Q_M|$ est inférieur à $\frac{b}{n} + \frac{n-1}{n}\varepsilon$ et par suite inférieur à ε si $\varepsilon > \frac{b}{n}$. De même on aura en désignant par ξ un entier compris entre 0 et $p-1$

$$P \in C\left\{\left[\bigcup_{i_1, i_2, \ldots, i_p=1}^{n}\right] D(u_{i_1}, \varepsilon, t) \cap D(u_{i_2}, \varepsilon, t) \cap \ldots \cap D(u_{i_p}, \varepsilon, t)\right\} \to |Q_M| < \frac{\xi b}{n} + \frac{n-\xi}{n}\varepsilon. \quad (3)$$

2° Supposons que les n corpuscules sont répartis dans un domaine R_n grand devant $D(u_i, \varepsilon, t)$, soit

$$\text{Vol } R_n \gg \sum_{i=1}^{n} \text{Vol } D(u_i, \varepsilon, t).$$

3° Supposons qu'il existe des sphères $S_n(i, \varepsilon, t)$ contenant $D(u_i, \varepsilon, t)$ et soit $r_{\varepsilon,n}$ le plus grand des rayons de ces n sphères. Désignons par S_n une sphère de rayon $r_{\varepsilon,n}$ concentrique à une des $S_n(i, \varepsilon, t)$.

4° Supposons que les centres des sphères $S_n(i, \varepsilon, t)$ sont répartis au hasard dans le domaine R_n selon une densité de probabilité quasi uniforme, c'est-à-dire selon une densité de probabilité qui s'écarte peu d'une densité uniforme

$$\rho(n) = n.\frac{k.\text{vol } S_n}{\text{vol } R_n}.$$

On aura alors

$$\text{Prob [Centre } S_n \in E] = \mathcal{P}(E)$$

$$= \int_E \rho(n)\, dV = n.k.\frac{\text{Vol } S_n}{\text{Vol } R_n}.\text{Vol } E$$

en particulier

$$\mathcal{P}(R_n) = 1 = n.k.\frac{\text{Vol } S_n}{\text{Vol } R_n}\text{Vol } R_n = n.k.\text{Vol } S_n$$

d'où

$$k = \frac{1}{n.\text{vol } S_n}$$

alors

$$\rho(n) = \frac{1}{\text{vol } R_n}, \qquad \text{Prob [Centre } S_n \in E] = \frac{\text{vol } E}{\text{vol } R_n}$$

Pour E donné, le nombre des sphères S_n dont le centre tombe dans E reste fini, alors si n croît indéfiniment, la probabilité que $|Q_M|$ ait une valeur notable tend vers zéro. Dans ces conditions on a en désignant par $\mathcal{E}(x)$ l'espérance mathématique de x et par c un nombre fini dépendant des Q_i :

$$\mathcal{E}(Q_M) = \mathcal{E}\left(\frac{1}{n}\sum_i Q_i\right) = \frac{1}{n}\sum_i \mathcal{E}(Q_i) = c\,\frac{1}{\text{vol } R_n}.$$

Si le domaine R_n augmente avec n et croît indéfiniment, alors l'espérance mathématique de Q_M tend vers zéro, par suite l'onde moyenne u_M tend en moyenne vers une solution de l'équation linéaire

$$\mathfrak{L}u_M = 0.$$

On peut encore dire que si R_n est grand devant S_n, alors au delà d'un certain rang p, il y a une probabilité très faible pour qu'il y ait plus de p domaines $D(u_i, \varepsilon, t)$ qui aient une partie commune.

S'il y a p domaines ayant une partie commune, et pas $p+1$, on aura

$$|Q_M| = \left|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Q_i(u_i, \nabla)\right| < \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|Q_i(u_i, \nabla)\right|$$

$$< \frac{1}{n}[p.b + (n-p)\varepsilon].$$

La probabilité pour que $(n-p)$ soit plus grand que x est donnée, à la limite [3] lorsque Vol R_n est infiniment grand par rapport à Vol S_n, par la loi de Poisson P(x). Posons

$$V = \text{vol } D(u_i, \varepsilon, t), \qquad V_n = \text{vol } R_n$$

alors si $V = a.n$, alors a est le paramètre de la loi de Poisson et on a :

Prob [nombre de centres de sphères dans $E = k$]

$$= \frac{1}{k!}\, e^{-\frac{\text{vol } E}{a}} . \left(\frac{\text{vol } E}{a}\right)^k.$$

On a ainsi, p désignant le nombre de volumes ayant une partie commune,

$$\text{Prob } [p \neq 0] \simeq \frac{V}{V_n}, \qquad \text{Prob } [p \geq 2] \simeq \frac{V^2}{V_n}$$

où $\simeq$ signifie « de l'ordre de » et on aura :

$$\text{Prob } [|Q_M| < \varepsilon] = \text{Prob}\left[\left|\frac{1}{n}\sum_i Q_i(u_i, \nabla)\right| < \varepsilon\right] \simeq 1 - \frac{V}{V_n}$$

Si $V_n \to \infty$ alors

$$\text{Prob } \{|Q_M| < \varepsilon\} \to 1$$

et alors avec une probabilité égale à 1, on aura $\mathfrak{L}u_M = 0$, d'où ce théorème :

Théorème. — *Si les quatre conditions énoncées ci-dessus sont remplies, avec une probabilité de l'ordre de* $1 - \frac{\text{Vol}\ D(u_i, \varepsilon, t)}{\text{Vol}\ R_n}$, *le terme* Q_M *de l'onde moyenne* u_M *de la partie* P *considérée est inférieur à un nombre arbitraire* ε. *A la limite en probabilité, l'onde* u_M *obéit à une équation linéaire*

$$\mathfrak{L} u_M = 0.$$

Ce théorème vient justifier en quelque sorte l'hypothèse initiale de la théorie fonctionnelle des corpuscules [2] selon laquelle si $\mathfrak{L}\psi = 0$ est l'équation d'un corpuscule unique en Mécanique ondulatoire usuelle, alors $\mathfrak{L}u = Q(u, \nabla)$ est l'équation du corpuscule en théorie fonctionnelle.

En effet, si l'on a un ensemble de n corpuscules indépendants, et de même espèce, ils obéissent à des équations identiques

$$\mathfrak{L} u_i = Q(u_i, \nabla)$$

et on peut considérer leur onde moyenne u_M. Statistiquement, cette onde apparaît comme la plus probable et d'après ce qui précède, avec une probabilité très voisine de l'unité, elle obéit à l'équation

$$\mathfrak{L} u_M = 0.$$

Dès lors on est conduit à prendre comme onde prévisionnelle à l'approximation de la représentation ponctuelle, c'est-à-dire à l'approximation de la Mécanique ondulatoire usuelle, une onde ψ obéissant à l'équation

$$\mathfrak{L}\psi = 0 ;$$

ceci peut être précisé davantage.

Nous rapprocherons également ce fait de la théorie de la double solution où M. Louis de Broglie pose à l'approximation linéaire

$$u = v + u_0$$

où v est une solution régulière de l'équation de Schrödinger et u_0 une solution singulière. Nous pouvons poser

$$u = u_M + u'_e$$

alors comme u_M est ici supposée obéir à l'équation linéaire, on a comme équation pour la fonction d'écart u'_e

$$\mathfrak{L} u'_e = Q(u_M + v'_e, \nabla)$$

alors u_M joue ici le rôle de v de la théorie de M. Louis de Broglie et u'_e le rôle de u_0, mais ici l'interprétation est différente : u_M est l'onde moyenne, u'_e est une onde d'écart. Si l'on se place dans les conditions où les hypothèses de la théorie de M. de Broglie sont réalisées, on aura $u_M = v$ et u'_e à l'approximation linéaire obtenue en négligeant le terme Q dans l'équation précédente s'identifiera avec la fonction u_0. Ce que nous montrons ici en plus, c'est que même en théorie fonctionnelle non linéaire, on a une onde moyenne u_M qui avec une probabilité très voisine de l'unité obéit encore à une équation linéaire avec le même opérateur $\mathfrak{L}$, et ce résultat à partir de la théorie fonctionnelle, justifie la Mécanique ondulatoire usuelle du corpuscule unique.

3. Onde u et mesure physique. — Considérons le cas d'un système formé d'un seul corpuscule. Il sera représenté par une onde $u(P, t)$ qui dépend en outre des conditions initiales. Ces conditions sont fixées par le résultat de la mesure initiale. Si A est la grandeur mesurée, un résultat de mesure infiniment précis de cette grandeur s'exprime par un point A de l'espace (R_A) de la grandeur A. Un tel résultat de mesure en général ne détermine pas une seule fonction $u(P, t)$ mais un ensemble de fonctions acceptables. Désignons par x un point variable d'un espace (R_{CA}) que nous appellerons l'*espace conjugué* de (R_A), cet espace (R_{CA}) étant tel que toute fonction initiale $u(P, t_0)$ correspondant à un résultat a de la grandeur A soit caractérisée par une valeur de la variable x. On aura ainsi une fonction initiale univoquement déterminée par la donnée de a et de x soit $u(P, t_0 ; x, a)$; à un instant t quelconque, il lui correspondra une fonction $u(P, t ; x, a)$, mais expérimentalement on n'a mesuré que A (en général on ne pourra pas mesurer x en même temps que a). On a donc l'ensemble des fonctions $u(P, t_0 ; x, a)$, pour a fixé et x restant indéterminé, comme fonctions initiales acceptables déterminées par la mesure initiale.

Nous pouvons avoir une mesure (au sens de Lebesgue) dans l'espace (R_{CA}) qui nous définisse une loi de probabilité $\mathcal{P}(E)$ pour que la fonction $u(P, t_0 ; x, a)$ appartienne à un ensemble E de l'espace (R_{CA}). Nous pouvons définir sur cet ensemble une fonction moyenne $\overline{u}(P, t ; a)$ qui aura pour expression

$$\overline{u}(P, t ; a) = \int_{R_{CA}} u(P, t ; x, a)\, \mathcal{P}(dx).$$

Si l'ensemble des valeurs de x comprend un ensemble discontinu et un ensemble continu, l'intégrale précédente s'explicitera en

$$\overline{u}(P, t ; a) = \sum_i u(P, t ; x_i, a)\, \mathcal{P}(x_i) + \int_{E_c} u(P, t ; x, a)\, \rho(x)\, dV_x.$$

Comme $\mathfrak{L}$ est un opérateur linéaire différentiel portant sur les variables P, t, on peut dériver sous le signe $\int$ et on aura :

$$\mathfrak{L}\overline{u} = \mathfrak{L}\int_{R_{CA}} u\, \mathcal{P}(dx) = \int_{R_{CA}} \mathfrak{L}u\, \mathcal{P}(dx) = \int_{R_{CA}} Q(u(P, t ; x, a), \nabla)\, \mathcal{P}(dx).$$

Posons alors pour simplifier

$$\overline{Q} = \int_{R_{CA}} Q(u(P, t\,;\, x, a), \nabla)\, \mathcal{P}(dx).$$

Nous obtenons alors comme équation pour l'onde moyenne

$$\mathfrak{L}\overline{u} = \overline{Q}.$$

D'après la définition de $\overline{Q}$, on a

$$\overline{Q} = \lim_{n \to \infty} \sum_{i=1}^{n} Q(u(P, t\,;\, x_i, a), \nabla) . \mathcal{P}(E_i)$$

On peut décomposer R_{CA} en n ensembles disjoints E_i et poser

$$u_i = \frac{1}{\mathcal{P}(E_i)} \int_{E_i} (u(P, t\,;\, x, a)\, \mathcal{P}(dx)\,;$$

$$Q_i = \frac{1}{\mathcal{P}(E_i)} \int_{E_i} Q(u(P, t\,;\, x, a), \nabla)\, \mathcal{P}(dx)$$

$$\mathcal{L} u_i = Q_i$$

et

$$\overline{u} = \sum_{i=1}^{n} u_i\, \mathcal{P}(E_i)$$

$$\overline{Q} = \sum_{i=1}^{n} Q_i\, \mathcal{P}(E_i).$$

Désignons par $D(E, \varepsilon, t)$ l'ensemble des points P tel que

$$\left| \int_E Q(u(P, t\,;\, x, a), \nabla)\, \mathcal{P}(dx) \right| > \varepsilon . \mathcal{P}(E) \text{ à } t.$$

Si les quatres conditions envisagées plus haut sont remplies pour les Q_i alors le théorème enoncé au § 2 est applicable et avec une probabilité de l'ordre de $1 - \lim_{n=\infty} \frac{\text{Vol } D(E_i\, \varepsilon, t)}{\text{Vol } R_n}$ le terme $\overline{Q}$ de l'onde moyenne sera inférieur à un nombre arbitraire ; à la limite en probabilité on aura

$$\mathfrak{L}\overline{u} = 0.$$

Si l'on prend $\overline{u}$ comme fonction la plus probable, c'est à partir de u que l'on devra calculer des prévisions. On voit alors qu'avec une probabilité infiniment proche de l'unité, elle obéit à une équation linéaire, et qu'à l'approximation de la représentation ponctuelle les prévisions devront s'exprimer avec une fonction ψ proportionnelle à u et obéissant à la même équation

$$\mathfrak{L}\psi = 0 \text{ et } \psi(M, t, a) = k\overline{u}(M, t, a)$$

ce qui justifie les méthodes de la Mécanique ondulatoire usuelle pour un corpuscule unique. De là résulte aussi que pour un système de corpuscules indépendants, les prévisions peuvent s'évaluer par la fonction $\Pi_i\, \psi_i$ de l'espace de configuration, mais pour des corpuscules en interaction il faut utiliser de toutes autres méthodes pour justifier l'équation de Schrödinger de la Mécanique ondulatoire des systèmes.

4. **Conclusion.** — Si les quatre conditions indiquées sont réalisées, l'onde moyenne u_M d'un grand nombre de corpuscules de même espèce, avec une probabilité très voisine de l'unité, et égale à l'unité si les corpuscules peuvent se trouver dans tout l'espace, obéit à une équation linéaire

$$\mathfrak{L}u_M = 0.$$

D'autre part, lors d'une mesure d'une grandeur physique A, le résultat a de la mesure définit un ensemble de fonctions d'ondes $u(P, t\,;\, x, a)$; si une loi de probabilité est définie sur cet ensemble de fonctions, on a une fonction moyenne $\overline{u}(P, t\,;\, a)$ qui, avec une probabilité très voisine de l'unité, obéit à une équation

$$\mathfrak{L}\overline{u} = 0.$$

Si on se place à l'approximation de la Mécanique ondulatoire usuelle, la fonction d'onde prévisionnelle ψ devra être très voisine de l'onde moyenne u_M ou $\overline{u}$ (suivant le cas), par suite obéir à l'équation

$$\mathfrak{L}\psi = 0.$$

Ceci détermine l'opérateur $\mathfrak{L}$ exprimant la partie linéaire de l'équation d'ondes d'un corpuscule en théorie fonctionnelle :

$$\mathfrak{L}u = Q(u, \nabla)$$

où $Q(u, \nabla)$ représente la partie non linéaire de l'équation ; en effet l'opérateur $\mathfrak{L}$ sera celui de l'équation d'ondes de la Mécanique ondulatoire usuelle dans le problème correspondant ; par exemple pour un corpuscule de spin 1/2, l'opérateur $\mathfrak{L}$ sera celui de l'équation de Dirac. Ceci justifie donc théoriquement le principe qui avait été mis à la base de la théorie fonctionnelle d'un corpuscule et évite de le poser comme postulat.

Manuscrit reçu le 28 avril 1959.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Aeschlimann (F.), *J. Physique Rad.*, 1959, **20**, 927.
[2] Destouches (J. L.), La Quantification en théorie fonctionelle des corpuscules, p. 24 (Gauthier-Villars, Paris, 1956) ; Corpuscules et champs en théorie fonctionnelle, p. 21 (Gauthier-Villars, Paris, 1958).
[3] Blanc-Lapierre et Fortet, *C. R. Acad. Sc.*, 1955, **240**, 1045 ; Théorie des fonctions aléatoires (Masson, Paris, 1950).
[4] Destouches (J. L.) et Aeschlimann (F.), *Les systèmes de corpuscules en théorie fonctionnelle.* (Actualités Scientifiques n° 1277, Hermann, Paris 1959).

ÉTUDE DES ÉLECTRONS AUGER *K* ET *L* DU ^{137}Ba

Par Mme P. MARGUIN et M. A. MOUSSA,
Institut de Physique Nucléaire, Lyon.

Résumé. — Les spectres d'électrons Auger *K* et *L* résultant de la décroissance du ^{137}Cs ont été étudiés en utilisant un spectromètre magnétique à double focalisation, sans fer, et des sources minces uniformes. Les techniques de post et préaccélération des électrons employées avec des fenêtres minces ont permis l'étude du spectre Auger *L*.

Abstract. — Using a double focusing magnetic spectrometer with iron-free coils, the energies and relative intensities of the groups of Auger *K* lines resulting from the decay of ^{137}Cs have been determined. Auger *L* electrons have been studied also.

Introduction. — Le noyau de $^{137}_{55}$Cs, de période 37 ans, se désintègre par émission β^- pour donner le noyau de $^{137}_{56}$Ba. Le schéma de désintégration établi par différents auteurs [1], [2], [3] est reproduit figure 1. Le groupe β_1^- le plus énergique con-

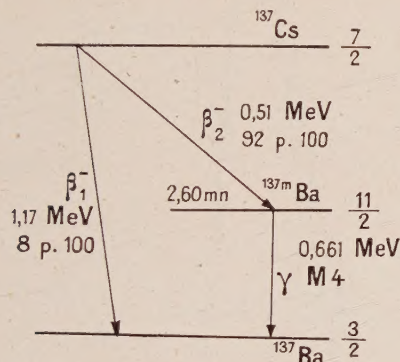


Fig. 1. — Schéma de désintégration du ^{137}Cs.

duit au niveau fondamental du ^{137}Ba. Le deuxième groupe β_2^- conduit au niveau métastable du ^{137m}Ba (période 2,6 mn) et est suivi de l'émission d'un γ Les énergies et les intensités relatives de ces deux groupes β sont :

$$E_{\beta_2} \max = 1{,}17 \text{ MeV} \quad 8 \%$$

$$E_{\beta_1} \max = 0{,}51 \text{ MeV} \quad 92 \%.$$

L'énergie de la transition γ a été mesurée avec une grande précision par *K*. Siegbahn, soit 661,6 keV. La transition γ est une transition M_4.

Nous nous sommes spécialement attachés à l'étude des électrons Auger *K* et *L*. Le spectre Auger *K* avait été étudié par Broyles, Thomas et Haynes [4] avec des sources minces et un spectromètre magnétique à lentilles de pouvoir séparateur assez médiocre : 2,4 p. 100 pour des sources de 3 mm. Azuma [5] avait repris l'étude de ce spectre sans apporter de résultats expérimentaux nouveaux. Notre but essentiel était de séparer les différentes raies du groupe Auger *KLL* et d'en déterminer les énergies de manière précise. Quant au spectre Auger *L*, il n'avait pas encore été exploré avec succès à l'époque de nos travaux. Nous venons de prendre connaissance des résultats de Burford et Haynes [6] obtenus à peu près au même moment.

Préparation des sources. — Le ^{137}Cs nous a été fourni sous forme de nitrate de césium, produit de fission sans entraîneur, d'activité 16 curies/gramme environ. Nous avons essayé de chauffer directement dans le vide le nitrate de césium placé dans une gouttière de tantale. Le produit s'est révélé peu volatil et nous n'avons pas obtenu de bonnes sources par ce procédé. Nous avons alors opéré de manière à transformer le nitrate de césium en chlorure et à vaporiser ce chlorure. Quelques gouttes de solution de nitrate de césium sont déposées dans la gouttière de tantale destinée à servir d'évaporateur, séchées à l'air. Par addition d'acide chlorhydrique concentré et évaporation à sec, on transforme au moins partiellement le nitrate en chlorure. La gouttière est alors chauffée pendant quelques secondes dans le vide à une température voisine de 1 100 °C et le chlorure de césium est recueilli sur un support placé à 1 cm environ de l'évaporateur. L'emplacement de la source est délimité par un cache permettant d'obtenir des sources de longueur 20 mm et de largeur 1 ou 2 mm. De plus, l'emplacement de la source est soigneusement repéré par rapport au cache. Les supports de source utilisés pour l'étude des électrons Auger *K* étaient en mica aluminé d'épaisseur 1 mg/cm^2 environ. L'étude des électrons Auger *L* nécessitait l'emploi de supports de sources en formvar aluminé d'épaisseur 40 μg/cm^2 environ. Parmi les sources préparées, nous avons retenu les suivantes pour nos résultats :

source (*a*), largeur 2 mm sur mica, activité 16 μC,

source (*b*), largeur 2 mm sur formvar, activité 3,2 μC.

Leurs épaisseurs déduites de cette activité et de

l'activité spécifique indiquée pour le produit de base étaient 3,5 μg/cm² pour la source (*a*) et 0,7 μg/cm² pour la source (*b*), compte non tenu des impuretés qu'a pu introduire la préparation.

Appareillage. — Nous avons utilisé le spectromètre à double focalisation et à bobines sans fer de l'Institut de Physique Nucléaire de Lyon [7]. Les diaphragmes limitant le faisceau et la fente du spectromètre étaient réglés pour une source de 2 mm. Le facteur de transmission est $6{,}2 \cdot 10^{-3}$ et le pouvoir séparateur théorique $\frac{\Delta(B\rho)}{B\rho} = 3{,}1 \cdot 10^{-3}$.

Pour l'étude des électrons Auger *K*, le compteur était obturé par une fenêtre de formvar aluminé sur cadre de néoprène, de « cut-off » 3 keV, assez bas pour éviter les corrections d'absorption de fenêtre. Les électrons Auger *L* ont été étudiés avec une fenêtre de formvar sur lektromesh transparent à 50 p. 100. Son cut-off est 1,6 keV. Compte tenu de la précision des mesures, le facteur de correction d'absorption de la fenêtre est pratiquement égal à 1 au-dessus de 5 keV. Pour prolonger le spectre au-dessous de 5 keV, nous avons utilisé les techniques d'accélération mises au point au laboratoire [8]. Nous avons appliqué une postaccélération de 1 500 volts pour étudier les électrons dont les énergies sont comprises entre 5 keV et 2,7 keV ce qui permet d'éviter les corrections d'absorption entre 5 keV et 3,4 keV. Les corrections sont faites entre 3,4 keV et 2,7 keV. Pour étudier les électrons d'énergies encore plus basses, nous avons appliqué à la fois une post accélération et une préaccélération de 1 500 volts chacune en évitant les corrections d'absorption entre 2,7 keV et 1,5 keV et en les effectuant au-dessous de 1,5 keV. Nous avons donné au coefficient *K* de préaccélération les valeurs théoriques (rapport des angles solides utiles) qui aux énergies intéressées, supérieures à 1,2 keV, diffèrent très peu des valeurs déterminées expérimentalement. Les corrections d'absorption de la fenêtre auraient pu être évitées dans tous les cas en introduisant une pré ou postaccélération plus grande mais au risque d'introduire des perturbations dans les comptages.

Étalonnage en énergie. — Nous nous sommes proposé de mesurer avec précision les énergies des raies Auger *K* d'où la nécessité de faire un étalonnage de l'appareil dans les conditions exactes de son utilisation avec une source donnée. Sur la source (*a*) de chlorure de césium, nous avons évaporé dans le vide le dépôt actif du radiothorium, en prenant soin de placer la source de thorium exactement sur la source de césium grâce au dispositif de repérage du cache. La source est portée dans le spectromètre. On relève les profils des raies *F* et *A* du Th *B*. On laisse décroître le thorium *B* puis 48 heures plus tard, sansr ien retoucher aux réglages du spectromètre, on relève le profil du groupe Auger *K*. On isole dans le groupe la raie dont on veut mesurer l'énergie avec précision. Nous verrons plus loin que les raies ne sont pas complètement séparées mais que la séparation graphique en est possible. On amène par tâtonnements le profil de la raie étudiée à coïncider avec le profil de la raie *F* en effectuant successivement une affinité sur les ordonnées et une affinité sur les abscisses. Les profils des raies en question sont ceux obtenus après déduction des fonds continus. Lorsqu'il y a coïncidence, le rapport des abscisses est égal au rapport des $B\rho$ des deux raies. Pour la raie *F*, on connaît avec précision $B\rho = 1\,388{,}44$ gauss-cm d'où $B\rho$ de la raie étudiée.

La figure 2 représente la comparaison des profils

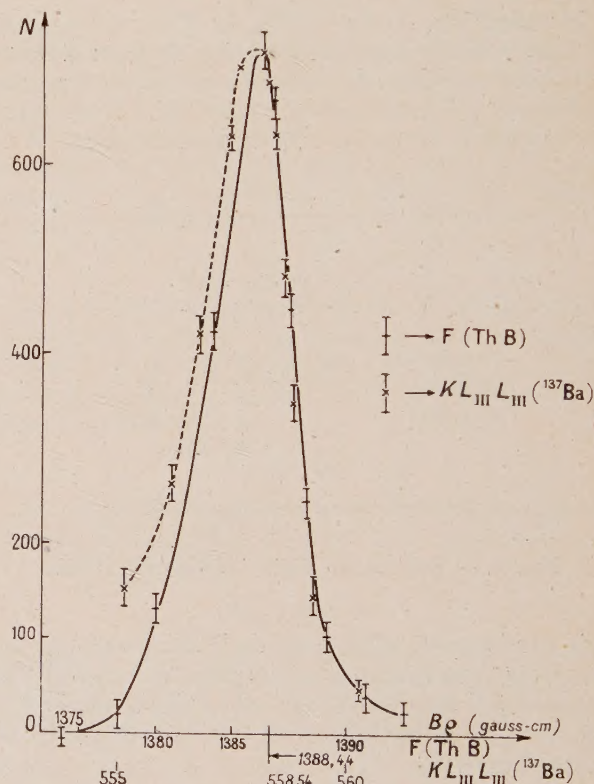


FIG. 2. — Mesure précise de l'énergie de la raie $KL_{III}\,L_{III}$ du ^{137}Ba par comparaison avec la raie *F* du Th *B*

de la raie *F* du Th *B* et de la raie $KL_{III}\,L_{III}$ du ^{137}Ba. Les profils coïncident parfaitement sur la descente à droite mais beaucoup moins bien à gauche et il semble qu'on aurait pu décaler un peu vers la droite la raie du baryum. Cette dernière raie est forcément un peu élargie par rapport à la raie *F* car la source de césium est plus épaisse que la source de thorium obtenue à partir d'un dépôt actif. Nous avons préféré faire coïncider la partie droite des courbes car, pour le baryum, elle est obtenue directement par comptages alors que la

partie gauche est obtenue par une décomposition du spectre. La précision atteinte est de l'ordre de $2,2 . 10^{-4}$ sur les énergies.

On pourrait opérer de la même manière en comparant les profils des raies A du Th B et $KL_{III}\,L_{III}$ du ^{137}Ba mais la précision est moins grande car le pied de la raie $KL_I\ L_I$ du ^{137}Ba se trouve au-dessous de la raie A qui est, de ce fait, élargie. Pour les raies non séparées, par exemple $KL_{II}\,L_{II} + KL_I\,L_{III}$, il est inutile d'employer un procédé aussi précis. Leur énergie est déterminée par l'abscisse du point situé sur la descente de la raie à 90 p. 100 de sa hauteur maximum. D'après l'étude théorique, ce point correspond à la position qu'occuperait la raie en l'absence d'aberrations du spectromètre avec une source et une fente de compteur infiniment étroites.

Résultats obtenus. — A. **Étude des électrons Auger *K*.** — Elle a été faite avec la source (*a*). La figure 3 représente les groupes KLL, KLX et KXY. Ces groupes sont bien séparés. Les comptages sur le groupe KLL ont été effectués en faisant varier le courant par bonds de 0,03 mA, chaque point étant compté 40 mn au total, ce qui a permis d'obtenir une excellente statistique. Pour le groupe KLX, le courant variait par bonds de 0,05 mA et chaque comptage durait 20 mn. Enfin, pour le groupe KXY, les points sont distants de 0,10 mA avec une durée de comptage de 20 mn.

1. Structure des groupes Auger K. — Le groupe Auger KLL présente cinq pics bien résolus. Sur l'étendue du groupe, le fond β n'est jamais atteint. Nous avons pu effectuer une décomposition en cinq raies en admettant que chaque pic corresponde à une raie sauf pour le pic central, qui correspond aux raies $KL_{II}\,L_{II}$ et $KL_I\,L_{III}$ extrêmement voisines. Le profil de ce pic est d'ailleurs quelque peu déformé. La figure 4 donne le détail de cette décomposition. Les énergies de chacune de ces raies ont été obtenues par la méthode indi-

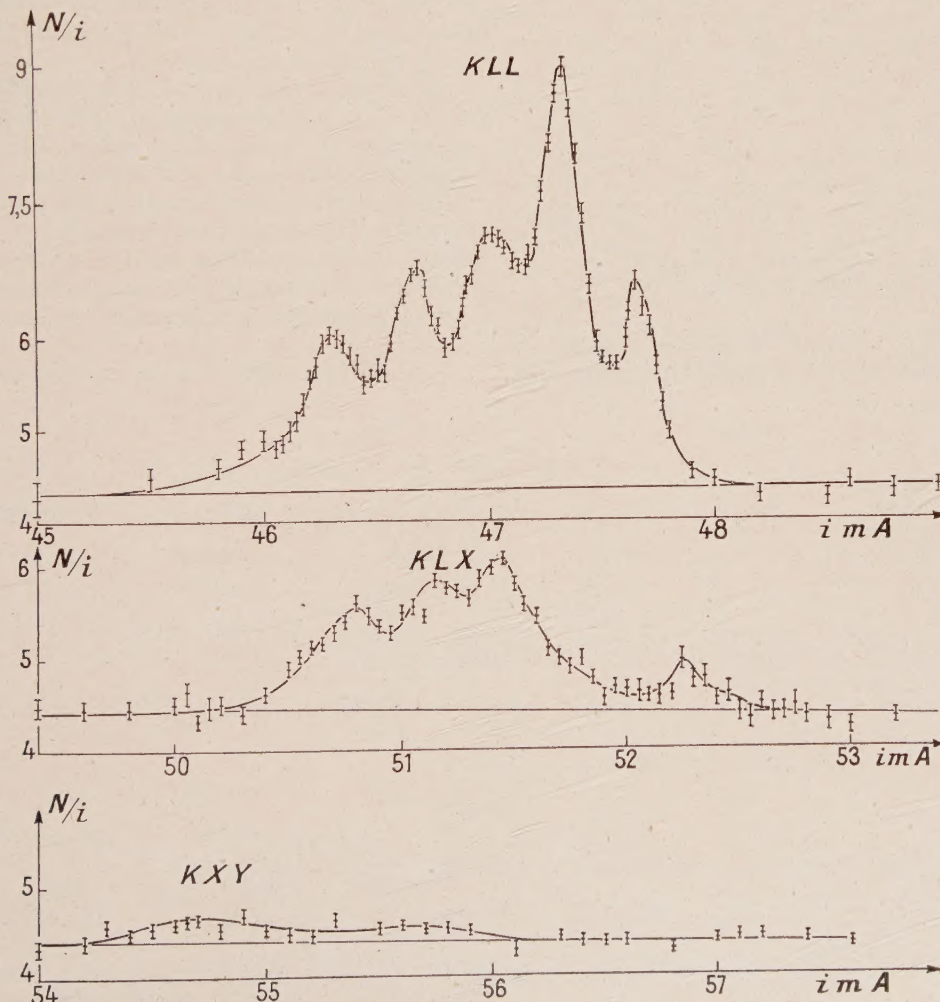


Fig. 3. — Groupes Auger K-source (*a*).

quée plus haut. Elles sont portées dans le tableau I.

L'erreur relative sur l'énergie est de l'ordre de

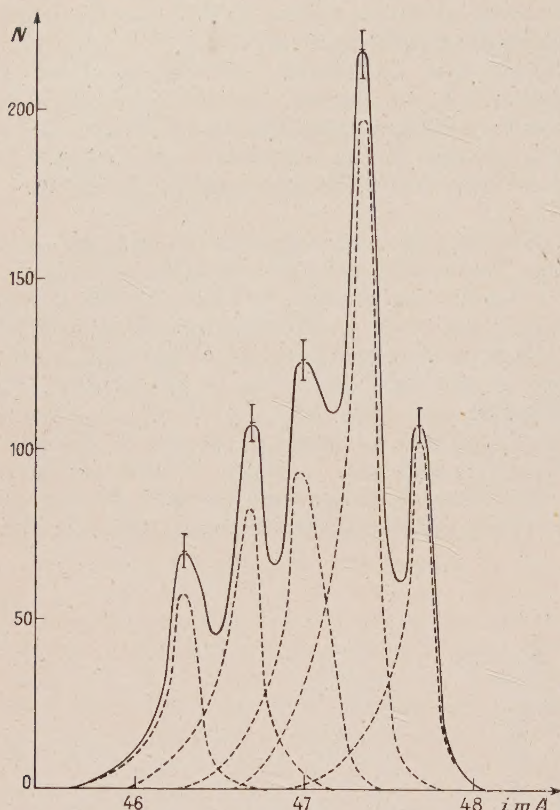


Fig. 4. — Décomposition en raies du groupe Auger KLL-source (a).

2,2.10⁻⁴ soit 6 eV. Même en tenant compte de l'erreur introduite par la décomposition graphique, il semble que l'erreur ne doive pas dépasser 25 eV.

Ces valeurs expérimentales nous permettent de calculer l'incrément ΔZ introduit par Bergström et Hill [9] défini par

$$\Delta Z = \frac{E'^{Z}_{Lq} - E^{Z}_{Lq}}{E^{Z+1}_{Lq} - E^{Z}_{Lq}}.$$

Nous rappelons que E'^{Z}_{Lq} est l'énergie nécessaire pour arracher un électron de la sous-couche Lq quand un autre électron de la couche L est déjà manquant. E'^{Z}_{Lq} est calculé d'après la relation $E'^{Z}_{Lq} = E^{Z}_{K} - E^{Z}_{Lp} - E_{KL_pL_q}$ où E^{Z}_{K} et E^{Z}_{Lp} sont les énergies d'ionisation primaires des couches K et Lp et $E_{KL_pL_q}$ les énergies expérimentales du tableau I. Le tableau II donne le détail du calcul de ΔZ. Toutes les énergies sont en keV.

Pour le calcul de ΔZ, nous avons utilisé seulement les énergies des quatre raies nettement séparées. Les résultats obtenus sont en parfait accord avec ceux de Bergström et Hill : pour obtenir une précision de l'ordre de 10^{-3} sur l'énergie d'une raie Auger KLL, il faut prendre $\Delta Z = 0{,}6$ quand Lq est $L_{\rm I}$ ou $L_{\rm II}$ et $\Delta Z = 0{,}8$ quand Lq est $L_{\rm III}$, ceci quel que soit Lp.

Nous avons voulu comparer les énergies expérimentales des raies KLL à celles calculées soit en couplage j-j en calculant $\Delta E = E'^{Z}_{Lq} - E^{Z}_{Lq}$ par application des règles de Släter [10] au calcul de l'énergie de l'atome normal et des atomes une fois et deux fois ionisés dans la couche L, soit en couplage intermédiaire en appliquant les résultats de Asaad et Burhop [11]. Le calcul de l'énergie par le premier procédé se développe de la manière suivante :

La configuration normale de l'atome de Ba est :

TABLEAU I

Raie	$KL_{\rm I}\,L_{\rm I}$	$KL_{\rm I}\,L_{\rm II}$	$KL_{\rm II}\,L_{\rm II} + KL_{\rm I}\,L_{\rm III}$	$KL_{\rm II}\,L_{\rm III}$	$KL_{\rm III}\,L_{\rm III}$
$B\rho$ (gauss-cm)	542,41	546,86	550,72	554,56	558,54
Énergie (keV)	25,251	25,657	26,011	26,366	26,737

TABLEAU II

		Moyenne	E^{Z}_{Lq}	E^{Z+1}_{Lq}	ΔZ
$E'_{L_{\rm I}} = E^{Z}_{K} - E^{Z}_{L_{\rm I}} - E_{KL_{\rm I}L_{\rm I}}$	6,186	6,166	5,995	6,264	0,63
$E'_{L_{\rm I}} = E^{Z}_{K} - E^{Z}_{L_{\rm II}} - E_{KL_{\rm I}L_{\rm II}}$	6,146				
$E'_{L_{\rm II}} = E^{Z}_{K} - E^{Z}_{L_{\rm I}} - E_{KL_{\rm I}L_{\rm II}}$	5,780	5,798	5,629	5,902	0,62
$E'_{L_{\rm II}} = E^{Z}_{K} - E^{Z}_{L_{\rm III}} - E_{KL_{\rm II}L_{\rm III}}$	5,816				
$E'_{L_{\rm III}} = E^{Z}_{K} - E^{Z}_{L_{\rm II}} - E_{KL_{\rm II}L_{\rm III}}$	5,437	5,441	5,250	5,490	0,80
$E'_{L_{\rm III}} = E^{Z}_{K} - E^{Z}_{L_{\rm III}} - E_{KL_{\rm III}L_{\rm III}}$	5,445				

$(1s)^2$; $(2s, 2p)^8$; $(3s, 3p)^8$, $(3d)^{10}$; $(4s, 4p)^8$, $(4d)^{10}$; $(5s, 5p)^1$; $(6s)^2$. Son énergie est

$$E_1 = -\Sigma \left(\frac{Z - s}{n^*}\right)^2 = -15\,438{,}1 \text{ R}.$$

La configuration de l'atome de Ba avec un électron L manquant est :

$(1s)^2$; $(2s, 2p)^7$; $(3s, 3p)^8$, $(3d)^{10}$; $(4s, 4p)^8$, $(4d)^{10}$; $(5s, 5p)^8$; $(6s)^2$ dont l'énergie est

$$E_2 = -15\,047{,}6 \text{ R}.$$

Enfin la configuration de l'atome de Ba avec deux électrons L manquant conduit à une énergie de cet atome $E_3 = -14\,643{,}6$ R. L'excès d'énergie ΔE nécessaire pour arracher un électron L à un atome de Ba auquel il manque déjà un électron L est $\Delta E = (E_2 - E_3) - (E_1 - E_2)$

$$= 2E_2 - E_1 - E_3 = 13{,}5\ R \approx 183 \text{ eV}.$$

Les énergies des raies $KLpLq$ données par

$$\mathrm{E}_{KLpLq} = E_K^Z - E_{Lp}^Z - E_{Lq}^Z - \Delta E$$

sont transcrites dans le tableau III.

Nous avons repris en détail ce calcul car l'article d'Azuma [5] comporte, à ce sujet, des erreurs matérielles de calcul et l'erreur fondamentale de considérer ΔE non comme un excès mais un défaut d'énergie. La comparaison des tableaux I et III montre que l'écart le plus grand entre les énergies expérimentale et calculée se trouve sur $KL_{\mathrm{I}}\,L_{\mathrm{II}}$ soit 0,03 keV. Pour les autres raies, elle n'est pas supérieure à 0,01 keV. La précision atteinte par ce procédé est exactement du même ordre qu'en opérant par la méthode de Bergström et Hill.

Nous avons ensuite déterminé les énergies des raies KLL pour $Z = 56$ d'après les relations d'Asaad et Burhop. Le résultat du calcul est donné dans le tableau IV.

La comparaison des tableaux I et IV montre que les énergies ainsi calculées sont toutes inférieures aux énergies expérimentales et l'erreur maximum de l'ordre de 0,04 keV donne la même approximation que les autres calculs. Il semble que l'écart constaté soit systématique et supérieur aux erreurs expérimentales. Peut-être est-il dû, bien qu'il paraisse un peu grand pour être interprété ainsi, à une erreur sur E_K déterminée à partir du spectre de rayons X.

Nous avons calculé les intensités relatives des cinq raies séparées KLL et consigné les résultats dans le tableau V qui donne également les valeurs expérimentales de Johnson et Foster [12] pour l'argent et les valeurs théoriques de Asaad et Burhop pour $Z = 47$.

L'accord paraît bon. Le plus grand écart réside dans l'intensité de $KL_{\mathrm{II}}\,L_{\mathrm{III}}$ qui est sensiblement plus petite que celle prévue par le calcul. Ce désaccord pourrait, selon Burhop, être expliqué par un effet relativiste. La théorie du couplage intermédiaire donne une intensité relative des deux groupes $KL_{\mathrm{I}}\,L_{\mathrm{II}}$ et $KL_{\mathrm{I}}\,L_{\mathrm{III}}$ en bon accord avec la mesure expérimentale alors qu'un couplage j-j donnerait $KL_{\mathrm{I}}\,L_{\mathrm{II}}/KL_{\mathrm{I}}\,L_{\mathrm{III}} = 0{,}5$.

Le groupe KLX est complexe. En repérant les énergies des quatre pics résolus et en suivant les indications d'intensité des raies KLM données par Asaad et Burhop pour $Z = 47$, on peut attribuer le premier pic aux raies $KL_{\mathrm{I}}\,M_{\mathrm{II}}$ et $KL_{\mathrm{I}}\,M_{\mathrm{III}}$, le deuxième à la raie $KL_{\mathrm{II}}\,M_{\mathrm{III}}$, le troisième à $KL_{\mathrm{III}}\,M_{\mathrm{II}}$ et enfin le quatrième à $KL_{\mathrm{III}}\,N_{\mathrm{I}}$. Les énergies théoriques de ces raies calculées d'après la

TABLEAU III

Raie	$KL_{\mathrm{I}}\,L_{\mathrm{I}}$	$KL_{\mathrm{I}}\,L_{\mathrm{II}}$	$KL_{\mathrm{I}}\,L_{\mathrm{III}}$	$KL_{\mathrm{II}}\,L_{\mathrm{II}}$	$KL_{\mathrm{II}}\,L_{\mathrm{III}}$	$KL_{\mathrm{III}}\,L_{\mathrm{III}}$
Énergie (keV)	25,259	25,625	26,004	25,991	26,370]	26,749

TABLEAU IV

Transition	$KL_{\mathrm{I}}\,L_{\mathrm{I}}$ $(^1S_0)$	$KL_{\mathrm{I}}\,L_{\mathrm{II}}$ $^1(P_1)$	$KL_{\mathrm{I}}\,L_{\mathrm{III}}$ $(^3P_1)$	$KL_{\mathrm{I}}\,L_{\mathrm{II}}$ $(^3P_0)$	$KL_{\mathrm{I}}\,L_{\mathrm{III}}$ $(^3P_2)$	$KL_{\mathrm{III}}\,L_{\mathrm{III}}$ $(^1D_2)$	$KL_{\mathrm{III}}\,L_{\mathrm{III}}$ $(^3P_2)$	$KL_{\mathrm{III}}\,L_{\mathrm{III}}$ $(^3P_0)$	$KL_{\mathrm{II}}\,L_{\mathrm{II}}$ $(^1S_0)$
Énergie (keV)	25,241	25,612	25.972	25,645	26,025	26,323	26,713	26,776	26,038
Intensité				faible	faible			faible	faible

TABLEAU V

Transition	Intensité relative Travail actuel	Intensité relative Johnson et Foster [12]	Intensité relative théorique : Asaad
$KL_{\mathrm{I}}\,L_{\mathrm{I}}$	1	1	1
$KL_{\mathrm{I}}\,L_{\mathrm{II}}$	1,4 ± 0,1	1,3 ± 0,2	1,82
$KL_{\mathrm{I}}\,L_{\mathrm{III}} + KL_{\mathrm{II}}\,L_{\mathrm{II}}$	1,8 ± 0,1	1,8 ± 0,4	1,90
$KL_{\mathrm{II}}\,L_{\mathrm{III}}$	2,9 ± 0,15	3,2 ± 0,4	4,71
$KL_{\mathrm{III}}\,L_{\mathrm{III}}$	1,5 ± 0,1	1,8 ± 0,2	1,90

relation $E_{KL_pX} = E_K^Z - E_{L_p}^Z - E_X^{Z+1}$ sont résumées dans le tableau VI.

2. Intensité relative des groupes KLL, KLX et KXY. — Les intensités relatives des trois groupes d'électrons Auger K, mesurées par les rapports des aires situées au-dessous des courbes connant N/i en fonction de i (fond continu déduit) sont $KLL/KLX/KXY = 1/0{,}42 \pm 0{,}22/0{,}081 \pm 0{,}012$.

Le tableau VII permet de comparer ce résultat aux intensités relatives déterminées précédemment pour le ^{137}Ba ainsi qu'aux valeurs théoriques et expérimentales obtenues pour l'argent ($Z = 47$). Les valeurs que nous avons trouvées sont en accord avec les résultats expérimentaux de Broyles, Thomas et Hayne [4] mais diffèrent sensiblement des résultats expérimentaux de Johnson et Foster [12] qui emploient une méthode photographique donnant peu de précision dans la mesure des intensités de raies d'énergies assez différentes. Les résultats de Pincherle [13] donnent les rapports $KLL/KLX/KXY$ indépendants de Z. Nos mesures s'en écarrent nettement et se rapprochent davantage des tésultats de Rubinstein et Snyder [14].

B. **Étude des électrons Auger L.** — Cette étude a été effectuée avec la source (b). Le spectre est obtenu pour une partie sans accélération, une partie en appliquant aux électrons une postaccélération de 1 500 volts et une partie en appliquant à la fois pré et postaccélération de 1 500 volts chacune. La figure 5 représente ce spectre corrigé, quand il y a lieu, de l'absorption de la fenêtre.

1. Structure du groupe Auger L. — Le spectre présente une queue vers les basses énergies due à la rétrodiffusion des électrons dans l'épaisseur de la source et de son support. Le fond continu β n'est jamais atteint sur toute l'étendue du spectre, ce qui indique la présence de raies de toutes les intensités. Du côté basses énergies, en dessous du groupe Auger L s'amorce une remontée due aux électrons Auger M. Le tableau

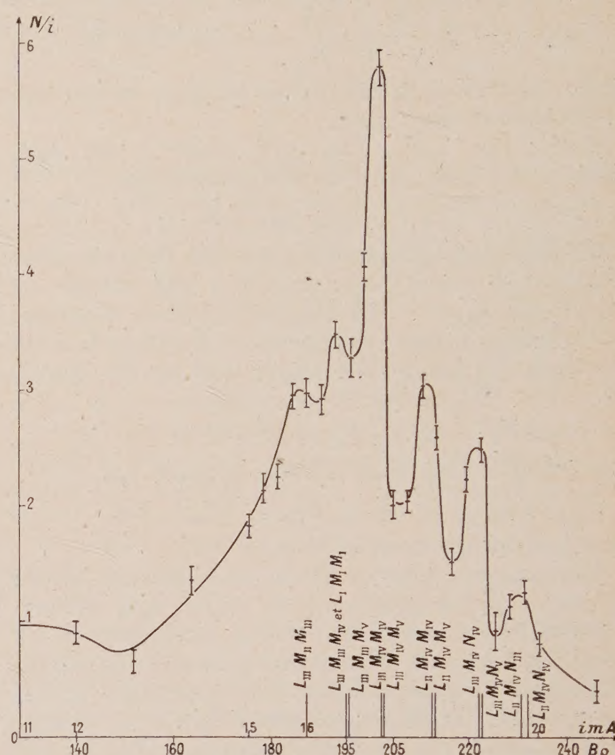


Fig. 5. — Groupe Auger L-source (b).

VIII donne les énergies des transitions les plus probables calculées d'après la relation

$$E_{L_pXY} = E_{L_p}^Z - E_X^Z - E_Y^{Z+1}$$

ainsi que l'identification vraisemblable des pics du spectre en tenant compte du fait que les vacances les plus nombreuses sont localisées dans les couche L_{II} et L_{III}. Les positions théoriques des raies sont indiquées sur la figure 5.

TABLEAU VI

Transition	$KL_I\,M_{II}$	$KL_I\,M_{III}$	$KL_{II}\,M_{III}$	$KL_{III}\,M_{II}$	$KL_{III}\,N_I$
$B\rho$ (gauss-cm)	594,96	595,78	599,46	602,45	611,61
Énergie (keV)	30,236	30,317	30,683	30,981	31,902

TABLEAU VII

Intensités relatives des groupes Auger	Ba : Broyles Thomas et Haynes [4]	Ag : Johnson et Foster [12]	Pincherle [13]	Rubinstein et Snyder [14]	Présent travail
	Résultats expérimentaux		Résultats théoriques		
KLL	1	1	1	1	1
KLX	0,40 ± 0,04	0,73	0,71	0,312	0,42 ± 0,02
KXY	0,08 ± 0,02	0,07	0,102	0,022	0,08 ± 0,012

TABLEAU VIII

RAIES EXPÉRIMENTALES

	$B\rho$ (gauss-cm)	ÉNERGIE keV	IDENTIFICATION	ÉNERGIE THÉORIQUE keV
1° pic	187,2	3,073	$L_{III}\ M_{II}\ M_{III}$	2,987
2° pic	195,0	3,333	$L_{III}\ M_{III}\ M_{IV}$	3,325
			$L_{I}\ M_{I}\ M_{I}$	3,327
			$L_{III}\ M_{III}\ M_{V}$	3,343
3° pic	202,6	3,597	$L_{III}\ M_{IV}\ M_{IV}$	3,593
			$L_{III}\ M_{IV}\ M_{V}$	3,611
4° pic	213,0	3,975	$L_{II}\ M_{IV}\ M_{IV}$	3,972
			$L_{II}\ M_{IV}\ M_{V}$	3,990
5° pic	222,6	4,339	$L_{III}\ M_{IV}\ N_{IV}$	4,337
			$L_{III}\ M_{IV}\ N_{V}$	4,344
6° pic	231,6	4,696	$L_{II}\ M_{IV}\ N_{III}$	4,640
			$L_{II}\ M_{IV}\ N_{IV}$	4,716

Le nombre des vacances L_I étant faible, il est difficile de tirer des conclusions relativement à l'absence du groupe Auger L_I.

2. RENDEMENT DE FLUORESCENCE L. — Le rapport r des aires situées au-dessous des groupes Auger L et Auger KLL permet de déterminer le rendement moyen de fluorescence $\overline{\omega}_L$.

Le nombre d'électrons Auger L est égal au produit du rendement Auger L par le nombre de vacances L soit $a_L\ (n_L + l)$ où l désigne le nombre de vacances primaires L et n_L le nombre de vacances créées par les électrons L qui ont quitté la couche L pour remplir des vacances K. Une vacance K peut être remplie par un électron L soit par une transition radiative $K\alpha = KL_{II}, L_{III}$ soit par une transition Auger KLL ou KLX. Nous poursuivons le calcul à partir d'une vacance primaire K. Dans ces conditions $l = L/K \approx 0{,}2$ (valeur théorique) et

$$n_L = 2(1 - \varpi_K)\ a_1 + (1 - \varpi_K)\ a_2 + \varpi_K\ a$$

avec a_1 = rapport du nombre d'électrons Auger KLL au nombre total d'électrons Auger K ;

a_2 = rapport du nombre d'électrons Auger KLX au nombre total d'électrons Auger K ;

a = rapport du nombre de quanta $K\alpha$ au nombre total de quanta K.

Le nombre d'électrons L Auger est

$$a_L\ [(2a_1 + a_2)\ (1 - \varpi_K) + \varpi_K\ a + L/K].$$

Le nombre d'électrons Auger KLL est

$$(1 - \varpi_K)a_1,$$

d'où :

$$r = \frac{a_L[(2a_1 + a_2)\ (1 - \varpi_K) + \varpi_K\ a + L/K]}{(1 - \varpi_K)\ a_1}.$$

Nous en déduisons

$$a_L = \frac{ra_1}{2a_1 + a_2 + a\dfrac{\varpi_K}{1 - \varpi_K} + \dfrac{L/K}{1 - \varpi_K}}.$$

Pour ϖ_K, nous prenons la valeur expérimentale de Broyles, Thomas et Haynes [4] soit $\varpi_K = 0{,}87$; a_1 et a_2 sont déduits de nos mesures des rapports $KLL/KLX/KXY = 1/0{,}42/0{,}08$ soit $a_1 = 0{,}67$ et $a_2 = 0{,}28$. La mesure des aires donne

$$ra_1 = 6{,}32 \pm 0{,}5.$$

L'erreur assez considérable provient en majeure partie de la queue du groupe aux basses énergies. Nous prendrons $a = 0{,}75$ d'après les indications de Compton et Allison [15]. Nous en déduirons $a_L = 0{,}77 \pm 0{,}06$ d'où $\varpi_L = 0{,}23 \pm 0{,}06$. La forme de la relation donnant a_L montre que la valeur obtenue est très sensible à une erreur sur ϖ_K (le terme prépondérant du dénominateur est le troisième). C'est un inconvénient de la méthode, qu'il n'est pas possible d'éviter quand les vacances primaires sont principalement des vacances K.

Conclusions. — Le groupe d'électrons Auger KLL a été décomposé en cinq raies. L'activité spécifique du produit ne permet pas de mettre en évidence les neuf raies prévues par la théorie du couplage intermédiaire. Certaines de ces raies sont d'ailleurs très faibles. Le calcul de l'énergie des raies peut se faire avec une bonne approximation en utilisant la relation de Bergström et Hill ou en

appliquant les règles de Släter pour déterminer l'excès d'énergie ΔE nécessaire pour arracher un électron L à un atome déjà une fois ionisé dans la couche L. L'approximation est du même ordre (1/1 000e) en faisant le calcul des énergies par les relations données par Asaad et Burhop en couplage intermédiaire. Le calcul des intensités relatives des raies KLL par cette méthode du couplage intermédiaire est en bon accord avec nos mesures.

Les rapports $KLL/KLX/KXY$ expérimentaux ne correspondent pas aux calculs de Pincherle et seraient plus voisins des résultats de Rubinstein et Snyder. L'expérience montre qu'ils ne sont pas indépendants de Z.

Le groupe d'électrons Auger L est atteint avec d'assez grandes difficultés puisqu'il se trouve à très basse énergie. Il présente un pied assez considérable, ce qui limite la précision de la détermination du coefficient de fluorescence L. Les résultats concernant le coefficient moyen de fluorescence L sont trop peu nombreux (pas plus de cinq ou six déterminés par des méthodes nucléaires) pour que l'on puisse tirer une conclusion sur notre résultat expérimental. Il est souhaitable que de nouveaux travaux soient entrepris sur ce sujet aussi bien du point de vue théorique que du point de vue expérimental.

Nous remercions le Centre National de la Recherche Scientifique qui a accordé à l'un de nous une allocation pendant l'exécution de ce travail et a subventionné le laboratoire pour le matériel. Nous adressons nos remerciements à Mlle Juillard qui a mis au point les techniques d'accélération des électrons et accepté de préparer les fenêtres du compteur.

Manuscrit reçu le 3 octobre 1959.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Peacock (C.) et Mitchell (A.), *Phys. Rev.*, 1949, **75**, 1272.
[2] Langer (L. M.) et Price (H. C.), *Phys. Rev.*, 1949, **76**, 641.
[3] Langer (L. M.) et Moffat (R. J. D.), *Phys. Rev.*, 1951, **82**, 635.
[4] Broyles (C. D.), Thomas (D. A.) et Haynes (S. K.), *Phys. Rev.*, 1953, **89**, 715.
[5] Azuma (T.), *J. Phys. Soc. Jap.*, 1954, **9**, n° 4, 443.
[6] Burford (A. O.) et Haynes (S. K.), *Bull. Amer. Phys. Soc.*, 1958, **3**, n° 8, 208.
[7] Moussa (A.) et Bellicard (J. B.), *J. Physique Rad.*, 1954, **15**, 85 A.
[8] Juillard (A.) et Moussa (A.), *J. Physique Rad.*, 1958, **19**, 94.
[9] Bergström (I.) et Hill (R. D.), *Ark. Fys.*, 1954, **8**, n° 2, 21.
[10] Släter (J. C.), *Phys. Rev.*, 1930, **36**, t. 1, 57.
[11] Asaad (W. N.) et Burhop (E. H. S.), *Proc. Phys. Soc., London*, 1958, **71**, n° 3, 369.
[12] Johnson (F. A.) et Foster (J. S.), *Canad. J. Phys.*, 1953, **31**, 469.
[13] Pincherle (L.), *Nuovo Cim.*, 1935, **12**, 81.
[14] Rubinstein (R. A.) et Snyder (J. N.), *Phys. Rev.*, 1955, **97**, 1653.
[15] Compton (A. H.) et Allison (S. K.), X-ray in Theory and Experiment (D. Van Nostrand Company, Inc. New York, 1935), 2e édition, p. 638.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM TOME 21, MARS 1960, PAGE 157.

REMARQUES SUR CERTAINES PROPRIÉTÉS OPTIQUES ET SUR LA STRUCTURE DES COUCHES MINCES D'ARGENT

Par J. P. DAVID,
Faculté des Sciences d'Alger.

Résumé. — Dans cet article est décrit un dispositif expérimental permettant l'étude simultanée et sous le vide même de la préparation des facteurs de réflexion $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$, du facteur de transmission $\mathcal{T}$ et de la différence de phase à la réflexion φ' pour une couche mince donnée. Quelques. résultats expérimentaux montrant l'influence du mode de préparation des couches sont exposés On examine enfin un certain nombre de modèles théoriques structuraux proposés par divers auteurs pour représenter une couche mince.

Abstract. — In this paper is described an apparatus permitting measurement, for a thin metallic film, simultaneously, and in the vacuum used for the evaporation, reflectances $\mathcal{R}$ and $\mathcal{R}'$, transmittance $\mathcal{T}$ and phase change on reflection φ_r.
Some experimental results dealing with the influence of the method of evaporation are given. Some theoretical models of film structures proposed by different authors are examined.

I. **Introduction.** — On sait que les propriétés optiques d'*un métal* déposé en couches minces sur un support transparent sont très différentes de celles que ce métal possède à l'état massif.

Ces propriétés sont établies en fonction d'un paramètre de nature géométrique : l'épaisseur de la lame. En réalité, l'épaisseur ne peut être déterminée expérimentalement sans ambiguïté que si la lame est homogène, continue et si la densité du métal est prise égale à celle du métal massif. Cette épaisseur est ce qu'on appelle l'épaisseur massique e_m. Or, dans le cas des couches minces, on est souvent très éloigné du modèle de lame homogène et continue. Lorsque la masse m de métal déposé par unité de surface diminue, on rencontre :

— Les couches dites « continues », c'est-à-dire ne présentant pas, par exemple à l'observation au microscope électronique, de trous découvrant le support. Ces couches donnent, au diffractographe, les diagrammes de diffraction de l'argent massif. On remarque que cela se produit dans le cas de l'argent, lorsque l'épaisseur massique de la couche dépasse 25 mμ. Ceci dépend d'ailleurs fortement de la façon dont la lame a été préparée.

— Les couches « poreuses » sont des couches dans lesquelles le métal est encore d'un seul tenant, bien que des trous, des lacunes, des failles apparaissent à l'observation microscopique. Ces couches donnent aussi les diagrammes de diffraction de l'argent, les anneaux de diffraction devenant plus nets à mesure que e_m croît.

— Les couches « granulaires » sont des couches composées d'îlots métalliques séparés les uns des autres.

Dans ce dernier cas, les diagrammes de diffraction se présentent sous forme d'anneaux larges, de plus en plus diffus à mesure que e_m diminue. Pour les lames poreuses et surtout pour les lames granulaires, on ne peut donner de définition géométrique précise à l'épaisseur. On ne peut déterminer à la microbalance qu'un paramètre fictif appelé épaisseur équivalente ou massique

$$e_m = m/d = \frac{\text{masse de métal déposé}}{\text{densité du métal massif}}.$$

Ce que l'on mesure alors expérimentalement, ce sont les propriétés optiques globales de cet ensemble d'îlots métalliques déposés sur le support transparent. Ces propriétés sont liées à la structure de la couche et tout paramètre *susceptible de faire varier la structure, entraîne une variation de ces propriétés.*

Aussi est-il nécessaire de préciser le rôle des paramètres qui interviennent dans la préparation et l'étude des lames : pression, nature des gaz, support, température, taux de projection, quantité de métal déposée dans l'unité de temps, champs appliqués, etc...

Au laboratoire de M. Perrot, on étudie depuis de nombreuses années l'influence de ces divers paramètres sur les propriétés optiques ou électriques des lames minces étudiées sous un bon vide [1], [2], [3], [4].

Les variations simultanées des facteurs de réflexion et de résistivité des lames en fonction de certains de ces paramètres ont été étudiées et ceci a fait l'objet d'une communication au Colloque International d'Alger de 1955 [2].

J'exposerai ici un certain nombre de résultats expérimentaux concernant l'influence du mode de préparation sur les propriétés optiques de couches d'argent préparées et étudiées sous quelques 10^{-6} mm de Hg.

Je rappellerai ensuite quelques modèles théoriques structuraux proposés pour représenter une couche mince et retrouver ses propriétés optiques.

II. Description d'un dispositif expérimental permettant l'étude sous vide des propriétés optiques des lames métalliques minces. — On sait qu'il est indispensable, dans l'étude des propriétés optiques des couches métalliques minces, de faire les mesures sous le vide *sous lequel les couches ont été préparées.* Voici un dispositif expérimental qui permet de déterminer pour une couche mince donnée :

le facteur de réflexion $\mathcal{R}$ côté vide ;

le facteur de réflexion $\mathcal{R}'$ côté support ;

le facteur de transmission $\mathcal{T}$;

la différence de phase φ' lorsqu'on passe, côté support, de la réflexion vitreuse à la réflexion métallique.

La figure 1 montre la coupe du dispositif servant à la préparation et à l'étude des lames. Ce dispositif est situé dans une cloche de verre dans laquelle peut être maintenue une pression de 5.10^{-6} mm de Hg. Un piège à air liquide permet d'abaisser cette pression à 10^{-6} mm de Hg.

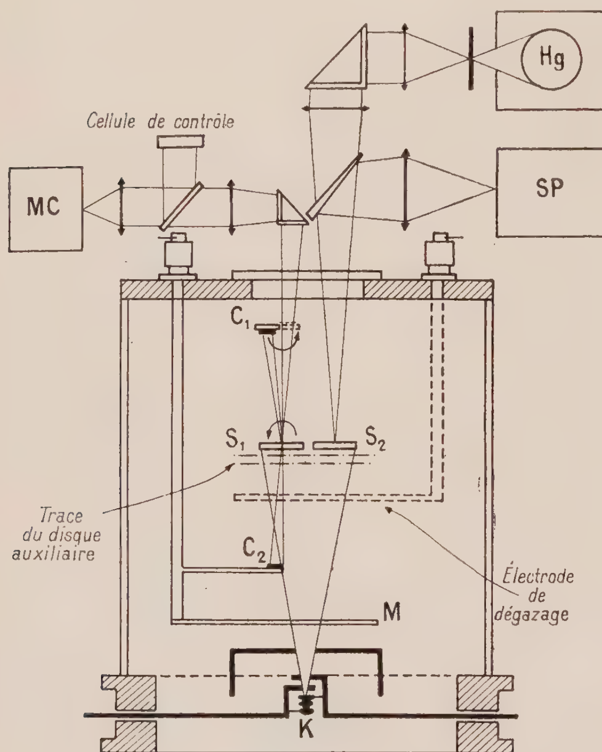


Fig. 1. — Schéma du montage.

Le métal à vaporiser est déposé dans un creuset tronconique K, en corindon chauffé par une spirale de tungstène enrobée d'alumine déshydratée. Avant chaque projection, on fait chauffer ce creuset pendant dix minutes et on vaporise sur un cache M, ce qui permet d'éliminer les impuretés que peut contenir le creuset. Une série de diaphragmes en mica ou en aluminium délimite l'angle de projection. Le creuset est situé à 25 cm au-dessous des lames à métalliser. Dans une expérience préalable, on détermine par une méthode optique, l'indicatrice de projection du creuset ; ceci permet de tracer autour de la verticale du creuset des lignes d'égale épaisseur. On s'arrange alors pour placer les lames étudiées en des points pour lesquels l'épaisseur de métal vaporisé est comparable.

Les supports utilisés sont en quartz ; après un premier nettoyage chimique, ces supports sont dégazés ioniquement. L'un d'eux S_1 est une lame prismatique de petit angle ; l'autre S_2 est une lame à faces parallèles taillée perpendiculairement à l'axe.

On peut faire subir à la lame S_1 une rotation de 180° autour d'un axe passant par son milieu, ce qui permet de la retourner face à face. Une cellule photoélectrique C_1 reçoit le flux réfléchi par la lame côté vide, ou côté support. On peut faire pivoter cette cellule autour d'un axe horizontal et la placer de telle sorte qu'elle reçoive le flux incident.

Enfin, une cellule C_2 reçoit le flux transmis par la lame.

La source est une lampe à filament de tungstène, placée devant un monochromateur permettant d'isoler des radiations de longueurs d'onde comprises entre 4 000 Å et 7 000 Å.

Un dispositif de contrôle optique permet, en agissant sur la tension d'alimentation de la source de maintenir le flux incident constant pendant les mesures de flux pour une même longueur d'onde. On forme, sur la lame à faces parallèles une très petite image d'un diaphragme éclairé par une source à vapeur de Hg. La lame à faces parallèles donne un système d'anneaux à l'infini que l'on projette suivant un diamètre sur la fente d'un spectrographe.

Lorsqu'on vaporise le métal, il se produit un changement de phase que l'on détermine pour diverses longueurs d'onde à partir des variations de diamètre des anneaux observés, en utilisant une méthode classique [6].

On détermine l'épaisseur finale de la couche en pesant avant et après l'expérience un couvre-objet de microscope placé aussi près que possible des lames à métalliser. D'autre part, un disque auxiliaire tournant, portant douze lames témoins, et actionné de l'extérieur, permet, en suivant la variation du facteur de transmission d'une lame témoin de contrôler le taux d'évaporation ou évaluer l'épaisseur de métal déposé pendant chaque partie de la projection. Plusieurs techniques de projection ont été expérimentées :

1° *Évaporation unique :* Une lame d'épaisseur finale massique e mμ est obtenue en vaporisant en une seule fois e mμ. Il faut donc faire autant

d'expériences que d'épaisseurs pour lesquelles on veut déterminer les propriétés optiques.

2° *Évaporation continue :* On étudie les variations des propriétés optiques au cours de la projection qui doit être forcément lente.

3° *Évaporations successives :* Une couche d'épaisseur finale e mμ est obtenue par n évaporations successives. L'épaisseur des couches successives peut être la même, e/n, ou non. Après chaque projection, on étudie les propriétés optiques. On contrôle les épaisseurs successives par les lames témoins et l'on obtient l'épaisseur finale par pesée du couvre objet.

4° *Évaporation d'une couche en escaliers :* On fabrique sur la même lame et dans les mêmes conditions de projection une série de couches d'épaisseur e, $2e$, $3e$, $4e$ ... ne ; le couvre-objet reçoit l'épaisseur ne.

Trois montages de ce type ont été réalisés au laboratoire :

L'un permettant les mesures simultanées de $\mathcal{R}$, $\mathcal{R}'$, $\mathcal{T}$, φ' sous vide a été utilisé dans l'étude de couches minces d'argent.

Une autre version est montée dans la chambre de projection d'un diffractographe électronique et doit permettre d'avoir, en plus des propriétés optiques, des diagrammes de diffraction des mêmes couches sur quartz, en opérant par réflexion sous incidence presque rasante.

III. **Résultats expérimentaux.** — La figure 2 donne pour cinq lames différentes d'épaisseur croissante obtenues par « vaporisation unique » $\mathcal{R}$, $\mathcal{R}'$, $\mathcal{T}$ en fonction de λ. Le taux de projection était 20 mμ/min. Le temps d'évolution de chaque lame est de 30 minutes. Une entrée d'air fait varier $\mathcal{R}$, $\mathcal{R}'$ dans le sens d'une diminution qui peut être importante cependant que $\mathcal{T}$ est peu affecté (cf. courbes en pointillé de la figure 2 : lame 3 dans l'air).

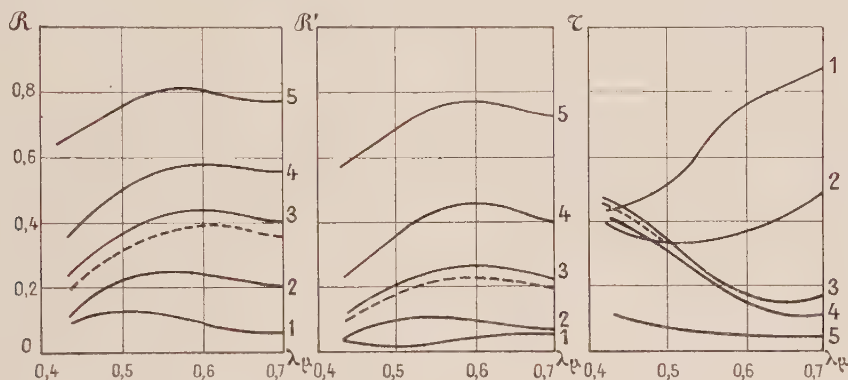


Fig. 2. — Évaporations uniques.
1. $e = 2{,}5$ mμ. — 2. $e = 6{,}5$ mμ. — 3. $e = 12{,}3$ mμ. — 4. $e = 20{,}4$ mμ. — 5. $e = 40$ mμ.

On peut à partir de ces courbes, tracer (*fig.* 3) les variations de $\mathcal{R}$, $\mathcal{R}'$, $\mathcal{T}$ en fonction de l'épaisseur massique pour une longueur d'onde donnée. On constate que $\mathcal{R}$, $\mathcal{R}'$ diminuent fortement dans le violet. Le minimum du facteur de réflexion côté support se déplace avec λ.

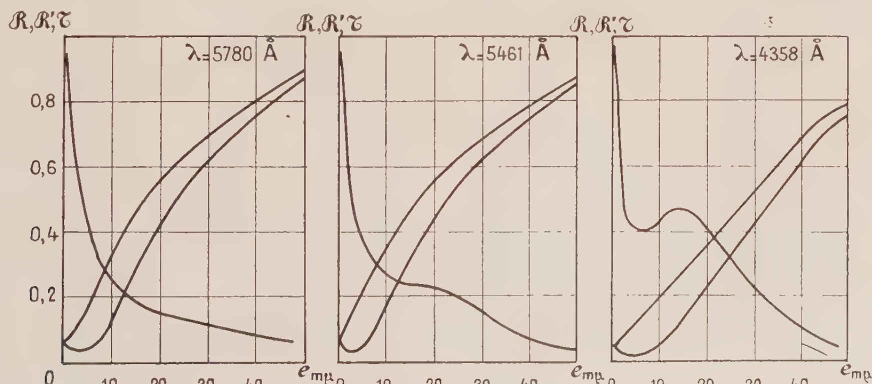


Fig. 3. — Évaporations uniques.

Les courbes donnant les facteurs de transmission présentent un minimum puis un maximum visible surtout lorsque $\lambda < 0{,}5\ \mu$.

$\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$ tendent lorsque e_m augmente, vers les

valeurs correspondant au métal massif et d'autant mieux que le taux de projection est plus élevé.

J'ai ainsi obtenu, avec des taux de projection de 60 mμ/mn une couche d'argent de e_m = 120 mμ, dont $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$ dépassaient 92 % pour λ = 5 461 Å et 85 % pour λ = 4 358 Å.

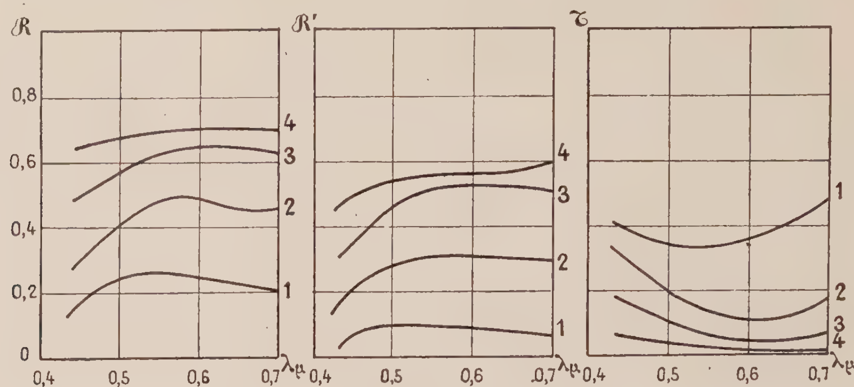


FIG. 4. — Évaporations successives.
1. e = 6,5 mμ. — 2. e = 13 mμ. — 3. e = 26 mμ. — 4. e = 39 mμ.

La figure 4 donne pour une lame préparée par 4 évaporations successives $\mathcal{R}$, $\mathcal{R}'$, $\mathcal{T}$ en fonction de λ. Le taux de projection était de 20 mμ/mn.

La figure 5 donne les courbes $\mathcal{R}$, $\mathcal{R}'$, $\mathcal{T}$, en fonction de e_m pour une lame préparée de cette façon (une vingtaine de lames ont été étudiées ainsi) [7]. Les courbes donnant $\mathcal{T}$ ne présentent plus la bosse signalée dans le cas précédent. Les courbes donnant $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$ rappellent celles que l'on avait précédemment aux faibles épaisseurs mais peuvent s'en écarter considérablement aux fortes épaisseurs. On ne retrouve pas, pour cette méthode, surtout en ce qui concerne $\mathcal{R}'$, les valeurs correspondant au métal massif.

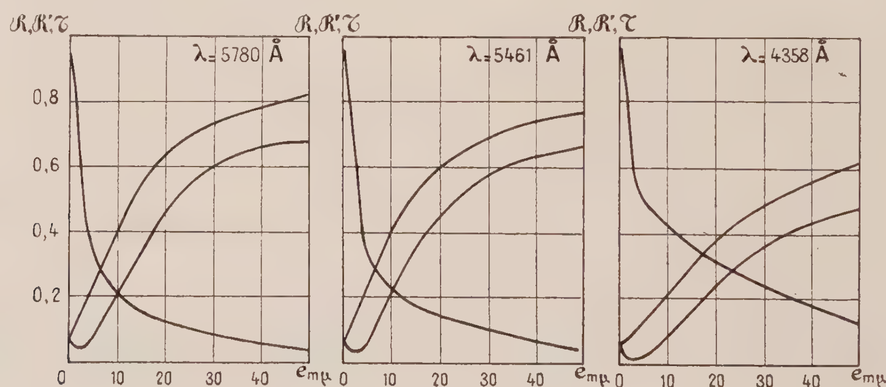


FIG. 5. — Évaporations successives.

D'autre part, on obtient pour $\mathcal{R}$, $\mathcal{R}'$, $\mathcal{T}$ des résultats très différents quelle que soit la méthode de préparation lorsqu'on fait varier le taux de projection.

Les courbes de la figure 6 donnent la variation de φ' dans le cas de deux couches préparées par évaporation continue, et par évaporations successives pour λ = 5 461 Å.

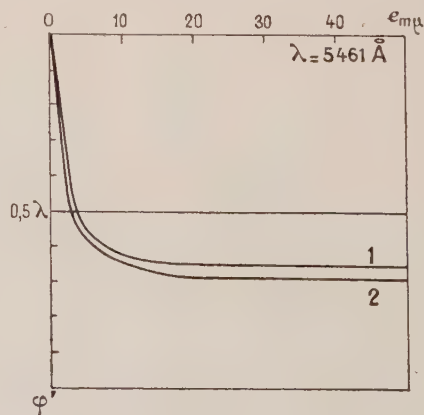


FIG. 6. — $\varphi' = f(e)$.
1. Évaporations continues. — 2. Évaporations successives.

Pour φ', on a toujours des retards. Quel que soit le mode de préparation, les courbes tendent assez rapidement et de la même façon vers des retards de 0,63 à 0,68 λ (soit finalement des avances de 0,32 à 0,37 λ). Ceci a été expliqué par M. Perrot [3], [8] et s'interprète sur la figure 7 où

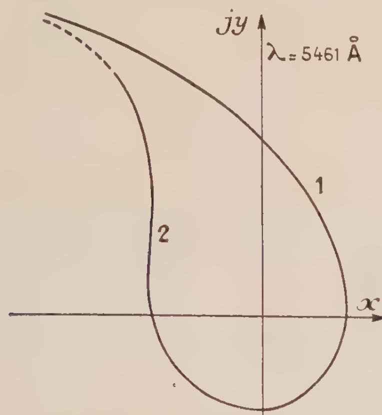


Fig. 7. — $\mathcal{A}' = \sqrt{\mathcal{R}'}\, e^{j\varphi'}$.
1. Théorique. — 2. Expérimental.

sont tracées les courbes donnant l'amplitude complexe réfléchie $\mathcal{A}' = \sqrt{\mathcal{R}'}\, e^{i\varphi'}$ dans le cas d'une couche obtenue par évaporation continue (courbe 2) (9) ; la courbe (1) a été tracée à partir des constantes optiques de l'argent massif et correspond toujours à des avances.

En conclusion, on peut dire que : 1° Les facteurs $\mathcal{R}$, $\mathcal{R}'$, $\mathcal{T}$ varient beaucoup avec le mode de préparation. 2° Que les couches préparées par évaporations successives présentent aux fortes épaisseurs des coefficients de réflexion plus faibles que ceux d'une couche de même épaisseur préparée par évaporation unique.

Donc, pour avoir une couche à haut pouvoir réflecteur, il faut vaporiser le métal en une seule fois et le plus rapidement possible.

IV. **Discussions de quelques modèles théoriques structuraux.** — Nous allons examiner maintenant un certain nombre de modèles théoriques structuraux proposés par différents auteurs pour représenter une couche mince.

A) Hypothèse de la couche continue et homogène. — *a*) L'hypothèse la plus simple consiste à supposer la lame formée par une couche continue, homogène, limitée à deux plans parallèles, d'épaisseur égale à l'épaisseur massique e_m et possédant les constantes optiques ν_∞, χ_∞ du métal massif. On sait que les courbes théoriques obtenues en calculant $\mathcal{R}$, $\mathcal{R}'$, $\mathcal{T}$, φ' diffèrent assez des courbes obtenues expérimentalement : (pas de minimum pour $\mathcal{R}'$ les variations relatives de phase φ' sont toujours des avances). Cette hypothèse ne serait valable qu'aux très fortes épaisseurs.

b) On peut prendre $\nu \neq \nu_\infty$, $\chi \neq \chi_\infty$ et chercher à déterminer une couche théorique continue et homogène de constantes apparentes ν_a, χ_a, et d'épaisseur e_a qui possèderait les mêmes propriétés optiques $\mathcal{R}$, $\mathcal{R}'$, $\mathcal{T}$, φ' que celles déterminées expérimentalement. Cette méthode permet [6], [10] la détermination des constantes optiques à attribuer à une couche mince pour retrouver les valeurs expérimentales.

Mais cette méthode est-elle susceptible d'explication théorique ? Dingle [11], puis Dumontet [12], [20] ont recherché une explication de cette variation des ν et χ en fonction de l'épaisseur en étudiant lorsque la lame présente une épaisseur inférieure au libre parcours moyen l des électrons, la variation de la conductibilité de la lame. En tenant compte des chocs des électrons sur les parois de la lame (ceci est étroitement lié au phénomène de l'effet de peau anormal étudié par Reuter et Sondheimer [13]), ils déterminent l'équation de propagation du champ électrique dans la lame puis l'amplitude réfléchie par la lame (en supposant qu'il est possible d'écrire l'équation de Boltzmann jusqu'aux plus faibles épaisseurs). Cette amplitude est dans le cas d'un métal tel que l'argent et pour des radiations du spectre visible, celle que donnerait la théorie classique avec ν_∞ et χ_∞.

Ce résultat ne serait plus valable pour des radiations de fréquences plus faibles (infra-rouge lointain par exemple). Donc, dans cette théorie, une variation du libre parcours moyen ne semble rien expliquer, du moins dans le spectre visible.

Ce modèle de lame homogène, isotrope et à faces parallèles (avec des constantes optiques ν_a et χ_a très différentes de ν_∞ et χ_∞ et avec une épaisseur $e_a \neq e_m$ ne peut être justifié théoriquement. Cependant, *il constitue un moyen de repérage et de classification commode associant à une lame réelle une lame équivalente* définie par ν_a, χ_a, e_a, paramètres qui permettent de retrouver par le calcul $\mathcal{R}$, $\mathcal{R}'$, $\mathcal{T}$, φ' trouvés expérimentalement.

B) Hypothèse de la couche compacte inhomogène ou anisotrope. — Maxwell Garnett [14] puis Malé ont supposé que le métal se présentait sous forme de microcristallites sphériques répartis suivant les trois dimensions et possédant les constantes optiques ν_∞ et χ_∞ du métal massif. Ils calculent les constantes optiques moyennes ou apparentes à attribuer à la couche. Les résultats obtenus ne cadrent avec l'expérience que pour des lames assez épaisses.

C) Hypothèse de la couche discontinue. — Le modèle de la couche continue est, de toute

façon inacceptable pour les couches de faible épaisseur. En effet, pour $e_m < 15$ mμ environ, les examens au microscope électronique révèlent une structure granulaire. Sur ces grains, on peut dire : *a*) les dimensions r_i sont $\ll \lambda$; *b*) les dimensions sont en général $\leqslant l$, libre parcours moyen dans le métal massif ; *c*) qu'il y a un grand nombre de grains sur une surface de l'ordre de λ^2.

On peut alors proposer le modèle suivant : la couche est constituée de cristallites de formes et de dimensions données, possédant des constantes optiques intrinsèques ν_i, χ_i.

Sous l'influence de l'onde électromagnétique incidente, les charges électriques se mettent en mouvement et pour avoir ce qui se passe à grande distance, il faut composer avec l'onde incidente les ondes rayonnées par chaque cristallite.

Cela revient à considérer que les cristallites se comportent comme des multipôles induits et on ne peut conserver, en première approximation, que le rayonnement dipolaire (ceci rejoint un calcul classique fait par Mie [15] puis par Stratton [16] dans le cas de sphères).

Le moment dipolaire de chaque cristallite dépendra : de la forme et des dimensions des cristallites ; de ses constantes optiques intrinsèques ; de la constante diélectrique du milieu environnant (vide et support).

Cette méthode a été proposée par David [17] avec quelques hypothèses supplémentaires ; l'auteur suppose : que les cristallites ont la forme d'ellipsoïdes de révolution caractérisée par le rapport b/a de leurs grands axes et répartis sur la lame suivant deux dimensions ; qu'ils possèdent les constantes optiques du métal massif ν_∞ et χ_∞ ; que toutes les valeurs de b/a sont possibles et peuvent être trouvées, vu que les dimensions sont $\ll \lambda$, sur une surface de l'ordre de λ^2 ; que les interactions des cristallites sont négligeables.

Il calcule le moment dipolaire qu'il faut associer à un ellipsoïde placé dans le champ incident E, et montre que les propriétés optiques d'une telle lame peuvent être décrites en répartissant sur la surface du support, une distribution de doublets donnant lieu à un déplacement électrique par unité de surface égal à

$$E \int_0^1 G(f) \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_e}{1 + \dfrac{\varepsilon_i - \varepsilon_e}{\varepsilon_e} f} \, \mathrm{d}f \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \varepsilon_i = (\varepsilon_\infty - j\mu_\infty)^2 \\ \varepsilon_e = \dfrac{1}{2}(n_0^2 + n_s^2) \end{cases}$$

n_0 = indice du vide

n_s = indice du support

où $G(f)\,\mathrm{d}f$ est, par unité de surface de la lame, le volume de métal appartenant à des ellipsoïdes de rapport b/a tel que f soit compris entre f et $f + \mathrm{d}f$. f est une fonction connue (*) monotone de b/a et varie de 0 à 1. $\int_0^1 G(f)\,\mathrm{d}f$ est donc le volume total occupé par le métal par unité de surface de la lame, c'est-à-dire l'épaisseur massique e_m de la lame.

Dans la mesure où les propriétés optiques d'une lame mince homogène ($e \ll \lambda$) peuvent être décrites à partir d'une distribution superficielle de

$$(*) \quad f = \frac{\mu_0}{2}(\mu_0^2 + 1)\left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arc\,tg} \mu_0 - \frac{\mu_0}{\mu_0^2 + 1}\right)$$

où
$$\mu_0^2 = \frac{1}{\left(\dfrac{b}{a}\right)^2 - 1}.$$

doublets donnant lieu par unité de surface à un déplacement électrique égale à $(n^2 - \varepsilon_e)\, e_a\, E$ alors, on peut écrire, comme l'on fait récemment Trompette et Philip [18] :

$$(n^2 - \varepsilon_e)\, e_a = \int_0^1 G(f) \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_e}{1 + \dfrac{\varepsilon_i - \varepsilon_e}{\varepsilon_e} f} \, \mathrm{d}f$$

où $n = \nu_a - j\chi_a$; ν_a et χ_a sont les constantes optiques et e_a l'épaisseur de la lame équivalente, soit en posant $g(f) = \dfrac{G(f)}{e_a}$

$$(n^2 - \varepsilon_e) = \int_0^1 g(f) \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_e}{1 + \dfrac{\varepsilon_i - \varepsilon_e}{\varepsilon_e} f} \, \mathrm{d}f$$

avec

$$\int_0^1 g(f)\,\mathrm{d}f = \frac{e_m}{e_a}.$$

Pour pouvoir exploiter ce modèle, il faudrait trouver une méthode permettant, pour chaque couche étudiée, d'obtenir des informations sur la fonction $g(f)$.

Ceci peut être possible par la microscopie électronique.

Faut-il conserver les constantes optiques ν_∞ et χ_∞ du métal massif à l'intérieur des cristallites ? La variation du libre parcours moyen des électrons du fait de leur encagement dans les cristallites entraîne-t-elle des variations appréciables des constantes optiques intrinsèques ?

Pour cela, considérons l'onde électromagnétique tombant sur un cristallite. La propagation des champs nous est donnée en écrivant les équations de Maxwell et l'équation d'interaction avec la matière :

$$i = \sigma E.$$

On en déduit les relations classiques :

$$\nu^2 - \chi^2 = 1 - \frac{32\pi^2 e^2 m^2}{3h^3} \frac{\overline{v}^3}{\dfrac{\overline{v}^2}{\mathcal{L}^2} + \omega^2} \tag{1}$$

$$\nu\chi = \frac{16\pi^2 e^2 m^2}{3h^3} \frac{1}{\mathcal{L}\omega} \frac{\overline{v}^4}{\dfrac{\overline{v}^2}{\mathcal{L}^2} + \omega^2} \tag{2}$$

où m = masse de l'électron ; e = charge de l'électron ; $\overline{v}$ = vitesse moyenne des électrons ; $\mathcal{L}$ = libre parcours moyen des électrons ; ω = pulsation de l'onde électromagnétique incidente.

On cherche ensuite la variation du libre parcours moyen dans la mesure où l'on peut écrire l'équation de Boltzmann pour de tels cristallites. Le calcul a été mené dans le cas de cristallites sphériques de rayon r_0 mais on obtient des résultats du même ordre avec des cristallites de forme quelconque. On détermine ainsi la conductibilité σ en écrivant l'équation d'état de Boltzmann pour les électrons encagés dans les grains, en supposant que ces électrons sont diffusés de façon isotrope sur la surface du grain. On calcule la fonction de distribution de ces électrons, puis la densité du courant électronique.

On obtient :

$$i = \frac{2}{3}\frac{e^2}{m} E\, e^{j\omega t} \frac{\overline{v}}{j\omega + \frac{1}{\tau} + \frac{\overline{v}}{2r_0}}$$

donc une conductibilité :

$$\sigma = \frac{8\pi}{3} N \frac{e^2}{m} \frac{\overline{v}}{j\omega + \frac{1}{\tau} + \frac{\overline{v}}{2r_0}}$$

τ temps de relaxation dans le métal massif,

N nombre d'électrons libres par unité de volume.

Ceci revient à introduire dans les relations (1) et (2) un libre parcours moyen

$$\mathcal{L} = \frac{2lr_0}{l + 2r_0}$$

l étant le libre parcours moyen dans le métal massif.

On calcule ensuite $\nu^2 - \chi^2$, $\nu\chi$, ν, χ en fonction de r_0. Les courbes de la figure 8 donnant $\nu = f(r_0)$ et $\chi = f(r_0)$ ont été tracées en prenant :

$$\overline{v} = 1{,}40 . 10^8 \text{ cm/s}$$

$$l = 570 \text{ Å}.$$

On voit sur ces courbes que jusqu'aux épaisseurs ultimes, les grains semblent conserver en première approximation les constantes ν_∞ et χ_∞ du métal massif, ceci du moins dans le spectre visible.

Ce résultat reste valable pour des cristallites de forme quelconque pourvu que :

$$\mathcal{L} > \overline{v}/\omega.$$

Si on fait le calcul, on trouve que ν_i et χ_i diffèrent de ν_∞ et χ_∞ lorsque $\mathcal{L}$ devient de l'ordre de grandeur des dimensions atomiques, ceci pour le spectre visible.

Au contraire, dans l'infrarouge, on peut avoir des variations importantes de ν_i et χ_i.

Remarquons que, dans le calcul, on a supposé qu'il était possible d'écrire l'équation de Boltzmann pour un cristallite, ce qui n'est certainement pas valable pour des cristallites par trop petits.

En résumé, les propriétés optiques, comme les propriétés électriques, dépendent fortement des conditions de préparation et d'étude, c'est-à-dire de tout paramètre susceptible de faire varier leur structure. D'autre part, si l'on veut retrouver, pour une couche donnée les constantes ν_a et χ_a déduites de l'expérience, il est indispensable de considérer que la couche est inhomogène.

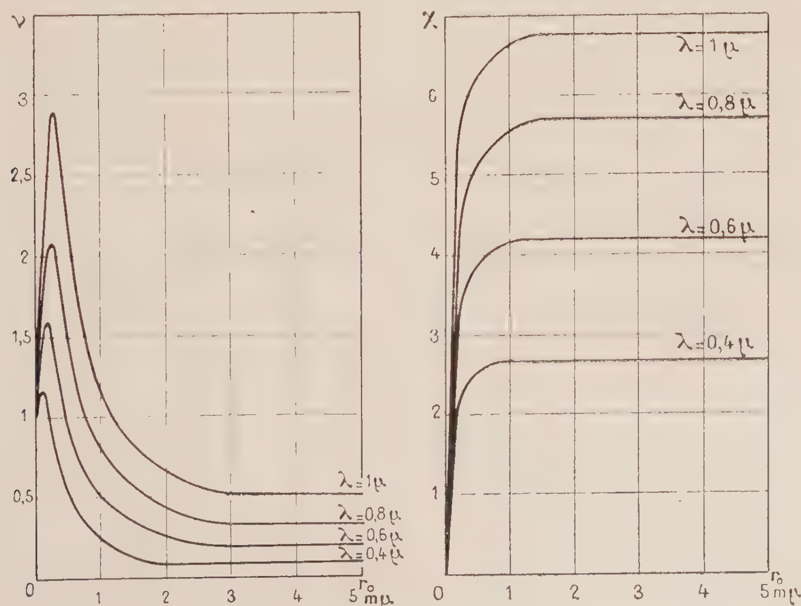


FIG. 8. — $\nu = f(r_0)$, $\chi = f(r_0)$.

De plus, il n'est pas déraisonnable de penser que surtout pour les couches les plus minces étudiées dans l'air, une action chimique de l'air (formation d'hydrures, par exemple) puisse intervenir [3], [20]. Ceci se rapprocherait d'ailleurs beaucoup des théories [19] élaborées pour expliquer la conductibilité électrique de ces lames.

Manuscrit reçu le 30 octobre 1959.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Perrot (M.), *C. R. Acad. Sc.*, 1947, **224**, 1629.
[2] Perrot (M.) et David (J. P.), *J. Physique Rad.*, 1956, **17**, 194.
[3] Perrot (M.), David (J. P.), Koch (J.) et Saugier (M. T.), Publications scientifiques de l'Université d'Alger, 1956, tome II, n° 1.
[4] Perrot (M.) et Tortosa (J.), *C. R. Acad. Sc.*, 1957, **244**, 1347.
[5] Perrot (M.), David (J. P.), Peri (G.), Robert (J.) et Tortosa (J.), *C. R. Acad. Sc.*, 1956, **243**, 367.
[6] Rouard (P.), *Ann. Physique*, 1937, **7**, 291.
[7] David (J. P.), *C. R. Acad. Sc.*, 1959, **248**, 1139.
[8] Perrot (M.), Congrès de l'A. F. A. S., Dijon, 1957.
[9] Dumontet (P.), Perrot (M.) et Tortosa (J.), *C. R. Acad. Sc.*, 1957, **244**, 2488.
[10] Malé (D.), *Ann. Physique*, 1954, **9**, 10.
[11] Dingle, *Physica*, 1953, **XIX**, 1187.
[12] Dumontet (P.), *C. R. Acad. Sc.*, 1957, **244**, 2234.
[13] Reuter (G. E. H.) et Sondheimer (E. H.), *Proc. Roy. Soc.*, 1948, **195**, 336.
[14] Maxwell-Garnett (J. C.), *Phil. Trans. Royal Soc.*, 1904, A **203**, 385.
[15] Mie, *Ann. Physik*, 1908, **25**, 377.
[16] Stratton (J. A.), Electromagnetic theory, 1941, p. 572.
[17] David (E.), *Z. Physik*, 1939, **114**, 389.
[18] Trompette (J.) et Philip (R.), *J. Physique Rad.*, 1957, **18**, 92.
[19] Nifontoff (N.), *Thèse*, Publications Scientifiques de l'Université d'Alger, mars, 1956.
[20] Dumontet (P.), Perrot (M.) et Tortosa (J.), *J. Physique Rad.*, 1958, **19**, n° 6, 33 E1.

INFORMATIONS

Asssociation Frédéric et Irène Joliot-Curie. — Cette Association, que préside Mme Eugénie Cotton, et à laquelle de nombreux scientifiques français et étrangers ont déjà donné leur adhésion, se propose de faire connaître l'œuvre de ces deux savants et de perpétuer leur mémoire. Le siège en est à l'Institut du Radium, 11, rue Pierre Curie, Paris (5e).

Parmi ses diverses activités l'Association recherche, en vue d'une publication éventuelle, la correspondance échangée entre Irène et Frédéric Joliot-Curie et d'autres personnalités. Il est possible que des lecteurs du *Journal de Physique* soient en possession de telles lettres et l'Association leur demande de bien vouloir les leur confier, étant bien entendu qu'en aucun cas une publication ne sera faite sans l'autorisation expresse du destinataire de la lettre.

Gordon research conference. — Une réunion aura lieu du 18 au 22 juillet 1960, New Hampton School, New Hampton, sur la Chimie des radiations, sous la présidence de M. S. Matheson. Les sujets traités seront les suivants : *Observation des composés intermédiaires pendant la radiolyse, Phénomènes particuliers à la chimie des radiations, Chimie des radiations aux basses températures, Décomposition des solides cristallins par les radiations, Photochimie de l'ultraviolet lointain, Comportement des électrons dans les phrases condensées, Effet catalytique des radiations, Chimie des radiations dans les systèmes aqueux.*

S'adresser à M. W. George Parks, Directeur, Department of Chemistry, University of Rhode Island, Kingston, Rhode Island, U. S. A.

INFLUENCE DE LA VITESSE DE FORMATION DE COUCHES MINCES D'ARGENT OBTENUES PAR ÉVAPORATION THERMIQUE, SUR LEURS FACTEURS DE TRANSMISSION ET DE RÉFLEXION

Par R. PHILIP,

Laboratoire de Physique Générale à la Faculté des Sciences de Marseille.

Résumé. — Étude de la variation du facteur de transmission et des facteurs de réflexion côté air et côté support de couches minces d'argent en fonction de leur épaisseur, pour deux séries de couches préparées à des vitesses de 0,5 et 50 mμ à la minute. Comparaison entre les résultats fournis par cette étude et ceux obtenus récemment avec des couches d'or préparées à différentes vitesses de formation.

Abstract. — Variation of the reflexion and transmission coefficients with thickness, for two series of thin silver films prepared at 0.5 and 50 mμ by minute. Comparative study between these results and the recent results obtained with gold films prepared at different rates of deposition.

I. Introduction. — Dans une série d'articles [1], [2], nous avons étudié l'influence de la vitesse de formation d'une couche d'or sur ses propriétés optiques. Nous nous sommes proposé dans le présent travail d'effectuer une étude analogue sur deux séries de couches d'argent préparées avec des vitesses très différentes l'une de l'autre : 0,5 et 50 mμ à la minute, toutes les autres conditions de formation étant naturellement maintenues constantes. Les couches étudiées sont déposées sur un support en quartz, sous un vide voisin de 10^{-5} mm de mercure ; la distance creuset-support des couches est la même que lors des études précédentes : environ 20 cm. Les radiations utilisées ont des longueurs d'onde comprises entre 2 536 Å et 1,5 μ Les méthodes de mesures et les appareils sont les mêmes dans le cas de l'argent et dans celui de l'or. Les mesures photométriques dans l'infrarouge ont été effectuées par enregistrement à l'aide d'un spectrographe Lérès ; la cellule réceptrice est dans ce cas une cellule au sulfure de plomb.

II. Résultats. — Soient T le facteur de transmission d'une couche, R et R' ses facteurs de réflexion côté air (R) et côté support (R'), A et A' les facteurs d'absorption correspondants définis par les relations $A = 1\text{-}R\text{-}T$ et $A' = 1\text{-}R'\text{-}T$; soit e_m son « épaisseur massique » déduite par pesée. Les courbes ci-jointes montrent comment varient, pour les deux vitesses de formation utilisées et quelques-unes des radiations employées, les facteurs T, R, R', A et A' en fonction de l'épaisseur massique des couches.

1° Courbes relatives au facteur de transmission T : (*fig.* 1, 2 *et* 3). — Comme pour l'or, les facteurs de transmission d'une couche d'argent ont dans le spectre visible et l'ultraviolet, une valeur plus élevée pour la grande vitesse de formation (50 mμ à la minute) que pour la petite vitesse (0,5 mμ à la minute). Cependant, pour des épaisseurs d'argent inférieures à 10 mμ, des exceptions peuvent se présenter : le facteur de transmission de telles couches d'argent peut alors être plus élevé pour les couches formées lentement que pour celles formées rapidement ; aucune exception n'avait été remarquée pour les couches d'or. Autre différence : l'influence la plus grande de la vitesse de formation se produit, dans le cas de l'argent, non pour les radiations de plus grandes longueurs d'onde, mais pour $\lambda = 4\,046$ Å et $\lambda = 4\,800$ Å. Pour $\lambda = 6\,438$ Å les deux courbes obtenues se rapprochent de plus en plus l'une de l'autre lorsque l'épaisseur de la couche augmente. Pour des épaisseurs d'argent supérieures à 70 ou 80 mμ, il semble même que la couche formée très lentement transmette davantage la lumière que la couche formée rapidement. C'est du reste ce qui se produit, en se précisant davantage, pour la longueur d'onde 1 μ et pour toutes les épaisseurs étudiées ici. Pour $\lambda = 1{,}5$ μ cet écart augmente encore. Pour l'or, aucune mesure n'a été faite dans l'infrarouge.

Pour les deux métaux on observe parfois sur les courbes relatives à T l'existence d'un minimum relatif de transmission suivi d'un maximum pour des épaisseurs comprises entre 5 et 20 mμ. Ces variations exceptionnelles de T sont surtout sensibles pour les couches formées très rapidement.

2° Courbes relatives au facteur de réflexion R (*fig.* 1, 2 *et* 3). — On obtient encore ici les mêmes résultats généraux pour les deux métaux : pour des épaisseurs supérieures à une dizaine de mμ la couche d'argent formée à la vitesse de 50 mμ à la minute réfléchit davantage que celle formée à raison de 0,5 mμ à la minute. L'influence de la vitesse de formation sur le facteur de réflexion R augmente ici constamment de l'ultraviolet à l'infra-

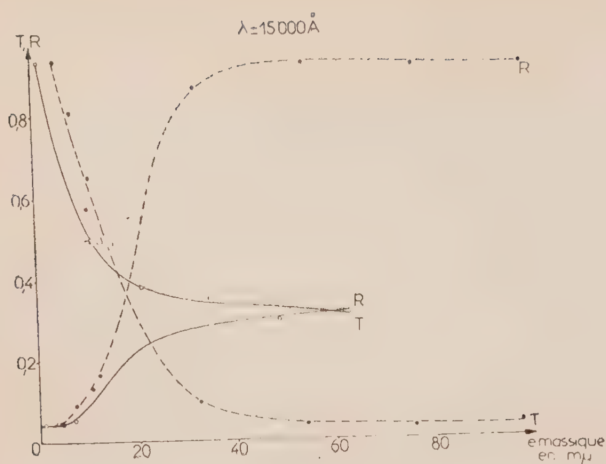


Fig. 1.

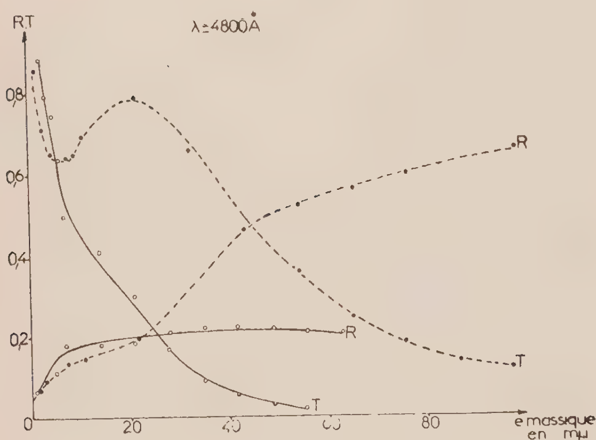


Fig. 2.

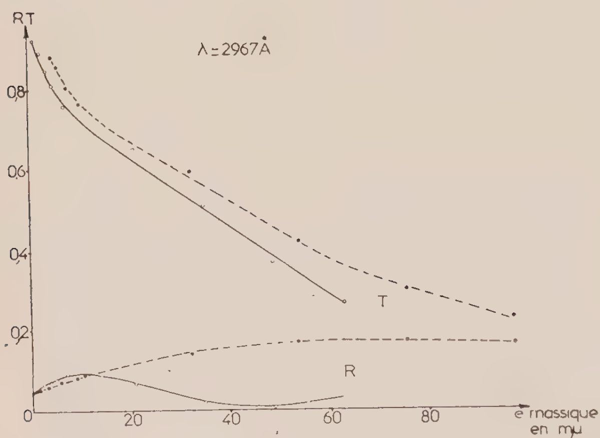


Fig. 3.

Fig. 1, 2, 3. — Variations du facteur de transmission T et du facteur de réflexion côté air R, en fonction de l'épaisseur massique de la couche mince d'argent ,pour les deux vitesses de formation étudiées et les longueurs d'onde indiquées sur chaque figure.

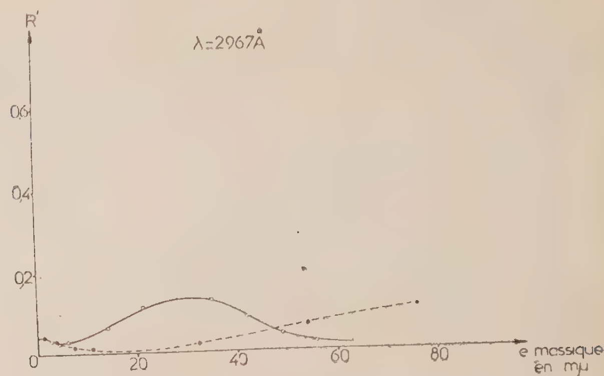


Fig. 4.

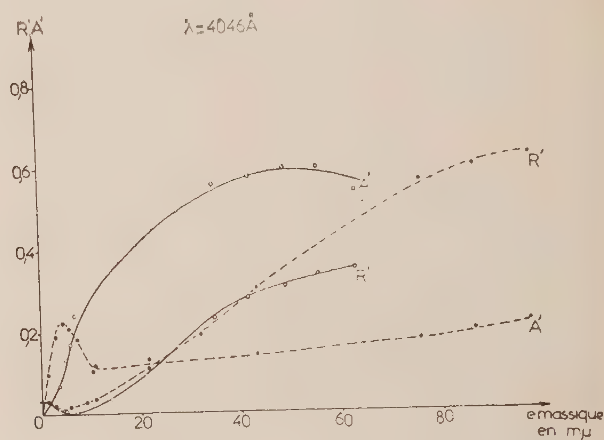


Fig. 5.

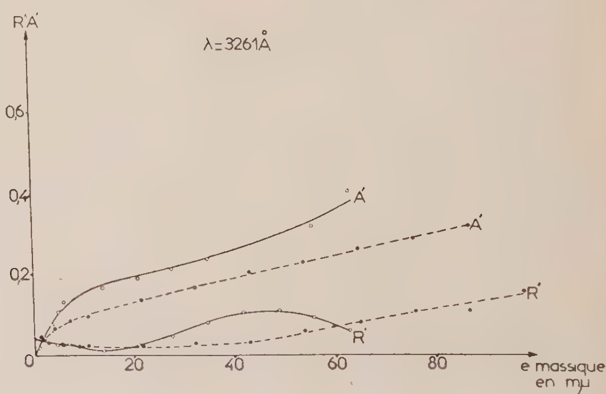


Fig. 6.

Fig. 4, 5, 6. — Variations du facteur de réflexion côté support R' et du facteur d'absorption A', en fonction de l'épaisseur massique de la couche mince d'argent, pour les deux vitesses de formation étudiées et les longueurs d'onde indiquées sur chaque figure.

rouge, sauf au voisinage de la bande de transparence de l'argent. Pour λ = 1,5 μ et une épaisseur d'argent de 60 mμ, R passe de 0,30 à 0,92 lorsque la vitesse de formation passe de 0,5 à 50 mμ à la minute.

Pour des épaisseurs inférieures à une dizaine de mμ, les couches d'or réfléchissent d'autant plus que leur vitesse de formation est plus petite. C'est encore ce que l'on constate généralement pour l'argent, mais les résultats sont moins nets et les valeurs de R obtenues pour les deux vitesses de formation sont souvent sensiblement confondues.

Un phénomène très important est à signaler pour les trois radiations de longueurs d'onde 2 536 Å, 2 967 Å et 3 261 Å et les couches formées très lentement : le facteur de réflexion côté air R devient alors exceptionnellement inférieur à celui du support nu et il présente un minimum pratiquement nul pour des épaisseurs comprises entre 35 et 50 mμ. Dans le cas de l'or seul un très léger minimum semblait apparaître pour λ = 2 967 Å et une vitesse de 0,8 mμ à la minute. De plus les courbes correspondantes pour λ = 3 261 Å essentiellement présentent alors des oscillations.

3° Courbes relatives au facteur de réflexion R' (*fig.* 4 *à* 6). — Là encore les résultats sont analogues à ceux obtenus pour l'or. Pour des épaisseurs suffisantes les couches formées très rapidement réfléchissent, côté support, davantage que celles préparées très lentement. L'écart entre les deux séries de courbes augmente encore sensiblement avec la longueur d'onde et il peut être très grand (pour λ = 1,5 μ et une épaisseur de 60 mμ, R' passe de 0,38 à 0,92 lorsque la vitesse de formation passe de 0,5 à 50 mμ à la minute).

Pour les faibles épaisseurs, c'est encore le résultat inverse qui se produit tout comme pour l'or. L'épaisseur limite donnant pour R' la prépondérance à l'une ou l'autre des deux vitesses de formation varie du reste de 14 à 40 mμ suivant la longueur d'onde, cette épaisseur est encore plus grande au voisinage de la bande de transparence de l'argent. On remarque que le minimum de R' n'apparaît pas dans l'infrarouge pour des couches formées à la vitesse de 0,5 mμ à la minute.

On note l'existence d'un deuxième minimum de R' pour des couches formées très lentement et pour les radiations de longueurs d'onde 2 536 Å et 2 967 Å. Il se produit pour des épaisseurs assez grandes : 55 à 65 mμ. Il est inférieur au facteur de réflexion du support nu pour λ = 2 967 Å (il atteint alors 0,01 environ). Il lui est sensiblement égal pour λ = 2 536 Å. Là encore, comme pour les courbes relatives à R, une amorce d'oscillation tend à se dessiner.

4° Courbes relatives aux absorptions A et A' (*fig.* 5, 6, 7 *et* 8). — Comme pour l'or, les couches formées très lentement absorbent beaucoup plus que celles préparées très rapidement, la même observation peut être faite côté air A et côté support A'. Une exception cependant est à signaler dans le cas de l'argent pour des couches d'épaisseurs inférieures à une dizaine de mμ : ce sont

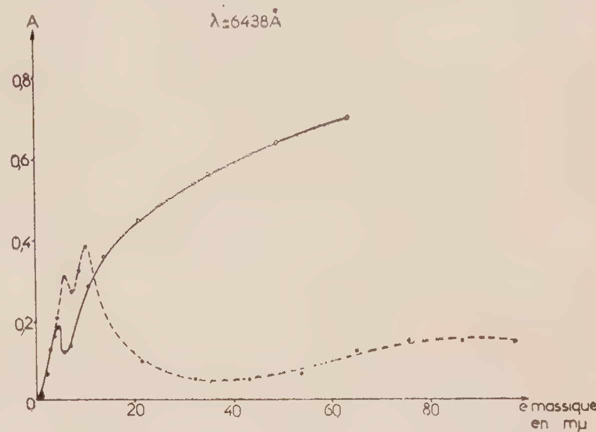


Fig. 7.

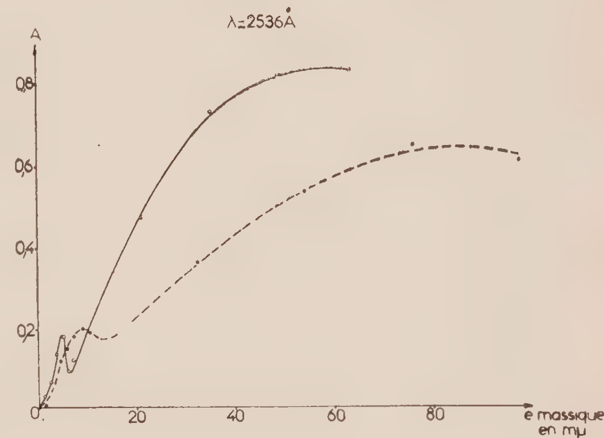


Fig. 8.

Fig. 7, 8. — Variations du facteur d'absorption A, en fonction de l'épaisseur massique de la couche mince d'argent, pour les deux vitesses de formation étudiées et les longueurs d'onde indiquées sur chaque figure.

alors souvent, au contraire, les couches formées rapidement qui absorbent le plus.

Contrairement à ce qui se passait pour l'or, c'est ici l'absorption côté air A qui est sensible plus que A' à l'influence de la vitesse de formation : pour λ = 6 438 Å et une couche d'argent de 60 mμ d'épaisseur A passe de 0,10 à 0,70 lorsque la vitesse de formation passe de 50 à 0,50 mμ à la minute ; dans les mêmes conditions A' passe de 0,08 à 0,45.

L'auteur tient à la disposition des lecteurs qui voudraient en prendre connaissance les tableaux numériques complets des résultats expérimentaux obtenus.

Conclusion. — Les résultats obtenus pour l'argent confirment ceux exposés précédemment pour l'or. L'influence de la vitesse de formation sur les propriétés optiques des couches d'argent les plus minces est moins systématique que pour l'or. Cela peut être dû, soit à la nature propre des deux métaux, soit au fait que ces couches très minces sont aussi très lacunaires donc très perméables à l'air ou aux gaz résiduels encore présents sous la cloche lors de la vaporisation. Or l'argent est beaucoup plus vulnérable que l'or à l'action des agents chimiques de l'air. Cette action est encore plus importante pour les couches formées très lentement car le métal est maintenu à haute température pendant 1 ou 2 heures. Nous avons enfin toujours négligé la lumière diffusée par ces couches.

Nous tenons à remercier ici R. Rivoira pour l'aide efficace qu'il nous a apportée au cours de ce travail.

Manuscrit reçu le 5 novembre 1959.

Nota : Nous adopterons pour toutes les courbes les conventions ci-après :

——○—— pour les couches formées à la vitesse de 0,5 mμ à la minute.

……●…… pour les couches formées à la vitesse de 50 mμ à la minute.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Philip (R.), *C. R. Acad. Sc.*, 1959, **248**, 3543.

[2] Philip (R.), *J. Physique Rad.*, 1959, **20**, 742.

REVUE DES LIVRES

Endt (P. M.) et Demeur (M.), **Nuclear Reactions.** 1 vol. relié de 502 p, 15 × 23 cm, North Holland publishing C°, Amsterdam 1959, prix 43 florins.

Ce recueil comprend des articles expérimentaux (chap. 3, 6, 8, 9), des articles théoriques sur la dynamique des réactions nucléaires (chap. 4, 5), des articles théoriques sur les modèles nucléaires (chap. 1, 2, 7, 10). Ils sont tous en anglais. L'ensemble constitue un ouvrage de grand intérêt pour le physicien nucléaire. *Sommaire :* 1. Théorie du rayon considéré comme un système de *n* corps, par R. J. Eden (perturbations, modèle de Hartree-Fock, matrice de réaction, théorie de Brueckner etc. 2. Modèle par couches, par J. P. Elliott (hypothèse d'une particule, couplage intermédiaire). 3. Réactions des ions lourds, par J. H. Fremlin. 4. Corrélations angulaires et polarisation, par L. J. B. Goldfarb. 5. Réactions de résonance, étude expérimentale, par Erich Vogt. 6. Réactions de résonance, étude théorique, par H. E. Gove (sections efficaces, courbes de rendement, corrélation angulaire etc...). 7. Modèle statistique, par K. J. Le Couteur (théorie de l'évaporation, cascade de neutrons etc.). 8. Résonances des neutrons dans les noyaux lourds, par D. J. Hughes et R. L. Zimmerman. 9. Examen des expériences de diffusion et de réactions avec des nucléons et des particules alpha d'énergie moyenne, par P. C. Guyelot. 10. Mouvement de rotation nucléaire, par A. K. Kerman (spectres d'énergie, transition gamma, émission bêta etc...).

J. Winter.

Wehr (M. R.) et Richards (J. A.), **Physique de l'atome.** 1 vol. relié de 420 p., 15 × 23 cm, Addison-Wesley, Reading U. S. A., 1960 (en anglais), prix $ 8,50.

Introduction à l'usage de tout lecteur cultivé scientifiquement. Toute la physique atomique est embrassée, depuis les travaux de Perrin, Boltzmann, Planck jusqu'aux rayons cosmiques, particules fondamentales et physique nucléaire. Tout est fait pour en faciliter la lecture ; figures, planches, considérations historiques, applications numériques. Ouvrage d'initiation à recommander.

J. Winter.

ÉTUDE SPECTRALE DE LA LUMINESCENCE DUE A L'EXCITATION DES GAZ RARES PAR LES RAYONS α

Par Lydie KOCH,
Centre d'Études Nucléaires de Saclay, France.

Résumé. — On étudie les spectres de luminescence des gaz rares He, A, Kr et Xe excités par une source intense de rayons α. Le transfert d'énergie des états excités des gaz rares sur les impuretés mercure et azote pour des concentrations respectives de ces impuretés inférieures à 1 ppm et 100 ppm est démontré. Ces résultats confirment les mesures antérieures concernant la durée de luminescence et ses variations avec la concentration d'azote dans les gaz rares.

Abstract. — Luminescence spectra of the noble gases He, A, Kr and Xe are studied under excitation by α rays. It is shown that the energy is transfered from excited levels of these gases to Hg and N_2 impurities for impurity concentrations respectively less than 10^{-6} and 10^{-4}. These results confirm previous measurements concerning the period of luminescence and its variations versus nitrogen concentration in noble gases.

I. **Introduction.** — L'utilisation des gaz rares comme scintillateurs en physique nucléaire a amené depuis quelques années un renouveau des études de luminescence des gaz ; cette luminescence résulte de la désexcitation des atomes et des ions excités qui sont créés par le passage de particules nucléaires dans le gaz.

Depuis 1956, un grand nombre de laboratoires ont entrepris des travaux sur les scintillateurs gazeux et quelques groupes ont essayé d'éclaircir les mécanismes fondamentaux intervenant dans la luminescence [1]. Ces mécanismes sont rendus très complexes par suite des pressions relativement élevées utilisées (voisines de 760 mm de mercure), pressions pour lesquelles les libres parcours moyens entre collisions sont faibles vis-à-vis des dimensions des récipients.

On a montré précédemment [2] que lorsqu'on considère un gaz à la pression de 740 mm de mercure et contenant moins de 100 p.p.m. d'impuretés, l'addition d'une quantité d'azote variant de 10 à 100 p.p.m. suivant les gaz, modifiait à la fois la durée d'émission des photons et leur nombre. Il était donc intéressant, afin de définir les niveaux d'excitation les plus probables et la longueur d'onde des raies émises d'enregistrer le spectre d'émission du gaz, excité par une source intense de particules nucléaires. La participation d'une impureté donnée au phénomène de luminescence peut être analysée par son émission spectrale et par les variations de celle-ci avec la concentration.

De tels spectres résultant de l'excitation des gaz rares par des rayons α n'ont pas été obtenus jusqu'à présent. Seuls W. Bennet et al. [3] ont effectué quelques mesures sur l'hélium et sur l'argon ; mais ils n'ont pu mettre en évidence que les bandes de l'azote par suite du degré de pureté insuffisant des gaz utilisés.

(1) Société Générale d'Optique, Paris.

II. **Dispositif expérimental.** — Nous disposons d'un spectrographe à prismes de quartz, type UV 24 (1). L'ouverture relative de l'objectif de chambre est F/3,5, la dispersion est de 30 Å/mm à 2 500 Å et 100 Å/mm à 4 500 Å. Le domaine de longueur d'onde s'étend de 2 100 à 6 000 Å.

Le gaz étudié est contenu dans des ampoules de pyrex à fenêtre de quartz. La source de polonium de 50 mC, de surface 7 mm² est séparée du gaz par une fenêtre de mica de 2 mg/cm².

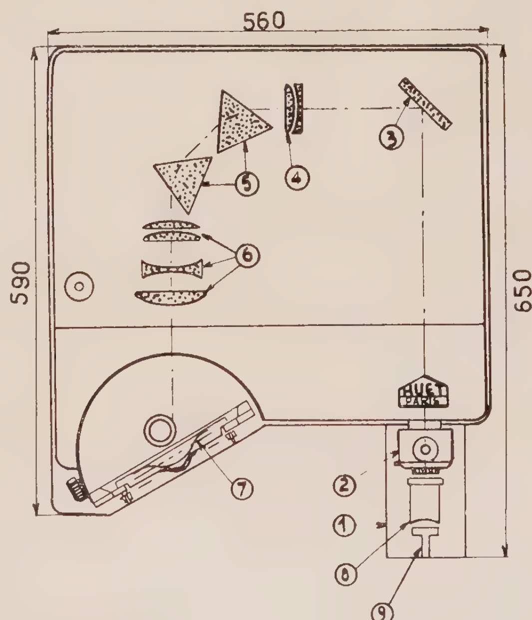


Fig. 1. — Enregistrement des spectres de luminescence avec le spectrographe HUET UV 24.
1. Raccord au banc d'optique. — 2. Fente réglable. — 3. Miroir. — 4. Objectif de collimateur. — 5. Prismes. — 6. Objectif de chambre. — 7. Plaque photographique. — 8. Ampoule contenant le gaz étudié. — 9. Source α.

Le schéma du dispositif d'enregistrement est représenté sur la figure 1.

III. **Résultats expérimentaux.** — Le spectres de l'hélium, de l'argen, du krypton et du xénon ont été enregistrés. On constate que : 1° Contrairement à ce qui se passe quand on bombarde de l'azote avec un faisceau d'ions accélérés artificiellement [4], on ne retrouve pas les raies liées à l'atome projectile car les flux intégrés sont plus faibles ; le flux intégré de particules α est environ 10^{13} cm^{-2}, alors que dans l'expérience citée le flux intégré de protons est environ 10^{18} cm^{-2}. 2° Dans tous les cas sauf celui de l'hélium, la raie de résonance du mercure à 2 536 Å apparaît. Or, la pression de vapeur du mercure à la température ambiante est 2.10^{-3} mm. La concentration du mercure dans les ampoules est donc cetainement inférieure à 1 p.p.m. 3° Dans tous les cas, un certain nombre de bandes de la molécule d'azote neutre et ionisée sont décelables.

La présence de raies du mercure et de l'azote pour des concentrations respectives inférieures à 1 p.p.m. et 100 p.p.m., montre la grande probabilité des transferts d'énergie à la pression atmosphérique. Les principales raies de gaz rares décelées sont les suivantes :

Hélium 3 889 Å ($2^3\,S$ — $3^3\,F$).

L'état excité $3^3\,F$ est un triplet métastable. Il peut être formé directement par choc avec une particule α ou bien formé par interaction entre un atome excité sur le niveau $3^1\,P$ et un atome dans l'état fondamental comme l'ont montré Maurer et Wolf [6] :



$$\text{He}\ (1^1\,S) + \text{He}\ (3^1\,P) \rightarrow \text{He}\ (1^1\,S) + \text{He}\ (3^3\,P).$$

L'état $3^3\,P$ peut aussi être formé à partir de niveaux supérieurs par désexcitation en cascades, mais les sections efficaces mesurées par Lees [5] montrent que le phénomène est négligeable.

Hélium λ = 3 819 Å qui appartient comme la précédente au spectre de l'atome neutre He *I* ; elle est très peu intense.

Argon : λ = 3 093 Å qui appartient au spectre de l'atome ionisé une fois soit A*II*.

Krypton : λ = 2 968 Å Kr *I*.

Xénon : λ = 3 967 Å Xe *I*.

Les autres raies, trop peu intenses n'ont pu être identifiées avec suffisamment de précision.

En dehors de la raie de résonance du mercure, d'autres raies du mercure sont visibles sur tous les spectres sauf celui de l'hélium, ce sont les raies de longueur d'onde λ = 4 358 Å, λ = 4 046 Å et la raie λ = 3 650 Å, visible seulement dans le cas de l'argon et du krypton. L'intensité de ces raies est beaucoup plus faible que celle de la raie de résonance indiquant que les transferts sur ces niveaux sont beaucoup moins probables.

Bandes de la molécule d'azote. — Un certain nombre de bandes sont communes aux divers spectres obtenus : elles appartiennent au spectre de la molécule d'azote neutre et ionisée.

1° *Système de* N_2^+. — Pour la bande débutant à 3 914 Å, la variation de la densité optique avec la longueur d'onde est anormale car la raie 3 889 Å de l'hélium se superpose à la dernière partie de la bande par suite de la faible résolution du spectrographe pour une largeur de fente de 1 mm.

Ce système est très intense dans le cas de l'hélium ; dans tous les autres, cas, seules les têtes de bandes sont faiblement visibles.

2° *Système de* N_2. — Le second système positif est visible dans tous les cas.

Parmi les gaz rares, seul l'hélium a un état métastable dont l'énergie 19,7 eV est supérieure à l'énergie d'ionisation de la molécule d'azote soit 15,7 eV ; dans ce cas seulement, l'ionisation peut être obtenue par collision avec un atome neutre, dans tous les autres cas N_2^+ est formé par échange de charges ou collisions triples.

Les transferts d'énergie à partir des états métastables des gaz rares vers l'azote se feront donc principalement sur les états d'excitation de la molécule neutre dans le cas de l'argon, du krypton et du xénon, et sur les états d'excitation de l'ion moléculaire dans le cas de l'hélium ; c'est bien ce que l'on constate expérimentalement.

Influence de la concentration d'azote sur le spectre de luminescence. — Dans les mêmes conditions que précédemment, on a enregistré les spectres de l'hélium pour des concentrations d'azote de 10 p.p.m. à 10^4 p.p.m. (fig. 2). Le fait

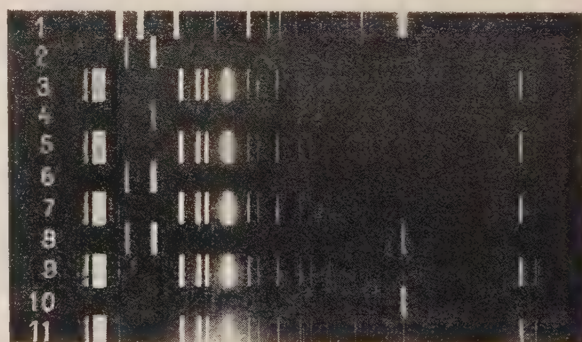


Fig. 2. — Spectre de l'hélium excité par les rayons α du polonium. Influence de l'azote. 1, Hg. — 2, He. — 3, Cd. — 4, He + 10^{-5} N_2. — 5, Cd. — 6, He + 10^{-4} N_2. — 7, Cd. — 8, He + 10^{-3} N_2. — 9, Cd. — 10, He + 10^{-2} N_2. — 11, Cd.

le plus remarquable est l'apparition de la raie de résonance du mercure pour une concentration d'azote de 10 p.p.m. Sur la figure 3, sont représentées les variations de la densité optique des spectres obtenus avec la concentration d'azote. L'examen des courbes relatives à l'azote fait apparaître deux types de variation très différents :

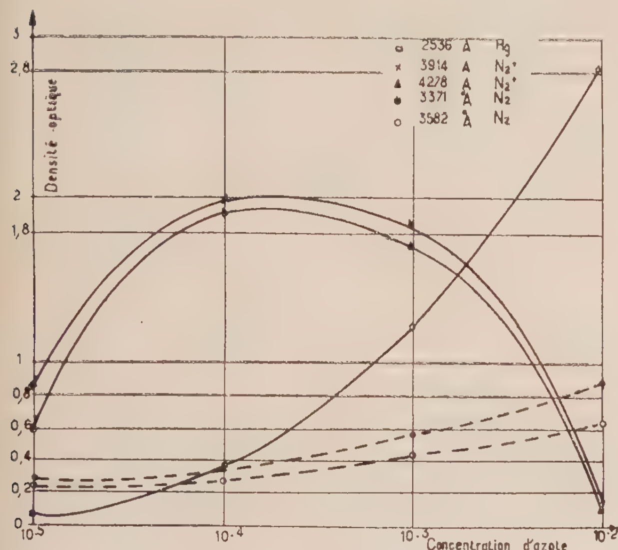


FIG. 3. — Densité optique des raies en fonction de la concentration d'azote dans l'hélium.

1° Les bandes de N_2^+ ont une densité optique qui passe pour un maximum pour une concentration d'azote de 200 p.p.m.

2° Les bandes de N_2 à 3 371,3 Å et à 3 582 Å ont une densité optique qui croît faiblement avec la concentration de l'azote.

L'existence d'un maximum dans le premier cas peut être dû aux collisions non radiatives entre molécules du soluté, ici l'azote, comme c'est le cas pour les mélanges de liquides organiques fluorescents [7] ou bien au transfert d'énergie de N_2^+ excité vers le mercure. L'absence de données sur les sections efficaces de ces processus ne permet pas de déterminer celui des deux phénomènes qui est prépondérant.

L'étude effectuée par ailleurs [8] de l'influence de l'azote sur la durée de luminescence des gaz rares permet de confirmer les résultats précédents. Les résultats sont représentés sur les figures 4 et 5. On constate que l'intensité de la fluorescence des gaz décroît avec deux constantes de temps θ_1 et θ_2 ; la plus courte θ_1 étant liée aux niveaux « optiques » du gaz principal, la plus longue θ_2 aux niveaux métastables. De plus θ_2 décroît quand la concentration d'azote dans le gaz principal augmente.

La mesure de θ_1 a pu être effectuée avec précision dans le cas du xénon, le dispositif expérimental [8] comprend un photomultiplicateur Dario 56 AVP et un oscillographe Edgerton 2 236 TW. On trouve $\theta_1 = (2.5 \pm 0,3)\ 10^{-9}$ s. Cette valeur étant égale au temps de parcours du rayon α dans le gaz, on est amené à penser que les temps de désexcitation sont encore plus courts [9] ; des

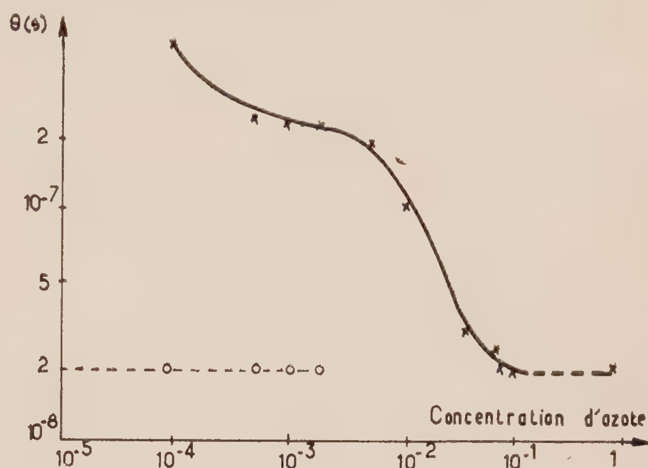


FIG. 4. — Variation de la durée de vie moyenne en fonction de la concentration d'azote dans l'argon.

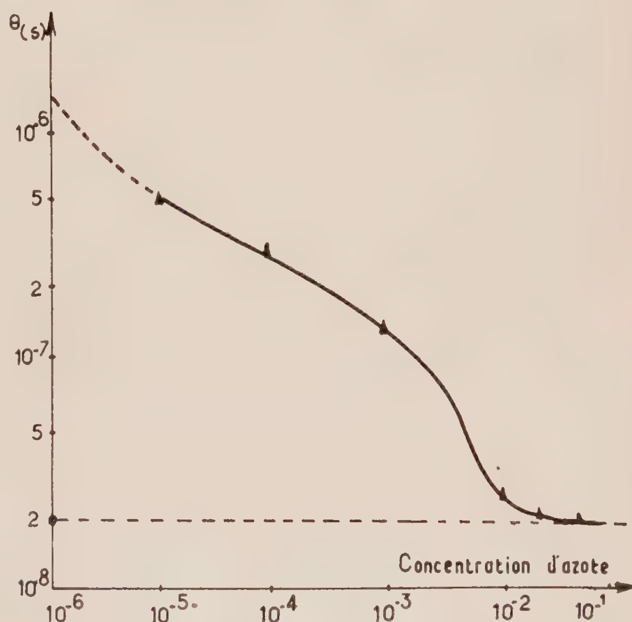


FIG. 5. — Variation de la durée moyenne en fonction de la concentration d'azote dans l'hélium.

expériences effectuées en ne prenant qu'une faible partie de la trajectoire du rayon α dans le gaz doivent permettre de répondre à cette question.

Ces mesures de vies moyennes amènent aux conclusions suivantes :

1° Les collisions atomiques créent à haute pression une diminution très importante de la durée de vie des transitions optiques, amenant celle-ci de la valeur de quelques 10^{-7} s, pour une pression inférieure à 10^{-3} mm, à une valeur inférieure ou égale à 10^{-9} s pour une pression de 740 mm de mercure. Une mesure de la largeur des raies spectrales correspondant aux transitions optiques permises aurait un grand intérêt mais les temps de pose nécessaires avec l'appareillage décrit seraient de plusieurs mois.

2° Le fait que les durées de vie moyennes dépendent fortement de la concentration d'azote prouve que l'azote n'est pas excité par absorption des photons émis par le gaz principal, dans ce cas, en effet, seul le nombre de photons reçus varierait avec la concentration. On a donc bien un transfert d'énergie par choc de seconde espèce avec les atomes et probablement des ions des gaz rares excités sur des niveaux métastables ; ceci confirme les résultats de l'étude spectrale précédente.

IV. **Influence d'un champ électrique sur la luminescence.** — Bien que l'énergie cédée au gaz pour l'ioniser soit environ la moitié de l'énergie de la particule α incidente, l'expérience montre [10] que la recombinaison des ions ne contribue en rien à la fluorescence que nous observons. Par contre, dès que le champ électrique continu et uniforme appliqué au gaz dépasse 100 V/cm, le nombre de

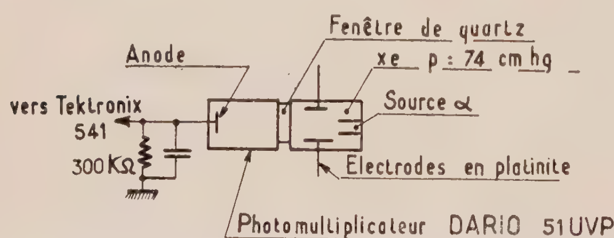


Fig. 6(*a*). — Influence d'un champ électrique uniforme sur les scintillations dans le xénon.

photons émis augmente ; le facteur de multiplication dans le cas du xénon est de 40 pour un champ de 600 V/cm. L'impulsion de courant sur l'anode du photomultiplicateur et l'impulsion provenant de la collection électronique dans le gaz ont été mesurées simultanément. La figure 6 donne le schéma du dispositif expérimental et la forme des signaux obtenus sur l'anode d'un photomultiplicateur Dario 51 UVP.

L'amplitude de l'impulsion provenant de la collection électronique dans le gaz reste inchangée jusqu'à une valeur du champ de 600 V/cm, il n'y a donc pas multiplication électronique dans le gaz. Cependant, les électrons formés par ionisation du gaz, par les particules nucléaires incidentes sont accélérés par le champ électrique et excitent les atomes de gaz. L'impulsion résultante comprend

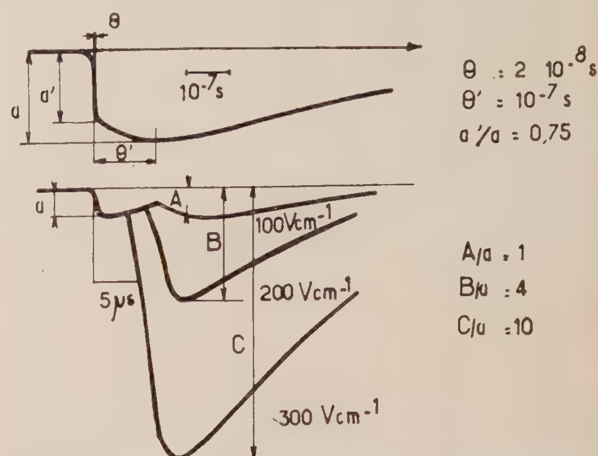


Fig. 6(*b*). — Forme des signaux : Constante de temps à l'anode : 10^{-5} s.
1. Impulsion en l'absence de champ électrique.
2. Impulsion en présence d'un champ électrique.

2 parties : l'une d'amplitude « a » indépendante du champ, l'autre d'amplitude « A » croissante avec le champ électrique appliqué et due à cette excitation secondaire du gaz par les électrons.

V. **Conclusion.** — Du point de vue de l'utilisation des gaz comme scintillateurs en physique nucléaire, cette étude montre l'importance des transferts d'énergie et la nécessité du contrôle strict du taux et de la nature des impuretés pour obtenir des résultats reproductibles. D'autre part l'application d'un champ électrique au gaz permet d'obtenir un rendement de scintillation supérieur à ceux obtenus dans le cas des scintillateurs solides classiques mais ceci au détriment de la rapidité de réponse du scintillateur. Cependant, le fait que l'on conserve toujours une fraction de photons émis en un temps inférieur ou égal à $2{,}5.10^{-9}$ s peut dans certains cas présenter un très grand intérêt.

***

Je tiens à remercier M. Lesueur et Mme Cittanova avec la collaboration technique desquels ces expériences ont été réalisées et M. Sternberg (1) pour le temps qu'il a passé à la discussion de ces problèmes.

(1) Institut Roger Boskovic, Zagreb.

Manuscrit reçu le 4 novembre 1959.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Eggler (C.) et Huddleston (C.), *Nucleonics*, 1956, **14**, 434. Forte (M.), *Nuovo Cimento*, 1956, **3**, 1443. Avivi (P.) et Cohen (S. G.), *Phys. Rev.*, 1957, **108**, 972.

[2] Koch (L.) et Lesueur (R.), Comptes Rendus du Congrès de Venise sur les phénomènes d'ionisation dans les gaz, juin 1957. Koch (L.) et Lesueur (R.), *J. Physique Rad.*, 1958, **19**, 103.

[3] Bennet (W.), BAPS, II, 1956, **1**, I, 58. Hu (C. S.) et Hughes (V.), BAPS, II, 1957, **2**, I, 54.

[4] Nicholls (R. W.) et Pleiter (D.), *Nature*, 1956, **178**, 1456.

[5] Lees (J. M.), *Proc. Phys. Soc.*, 1932, A **371**, 186.

[6] Maurer (W.) et Wolf (H.), *Z. Physik*, 1940, **115**, 410.

[7] Kalmann (H.) et Furst (M.), *Phys. Rev.*, 1950, **79**, 5, 857.

[8] Koch (L.), Comptes Rendus du Congrès International d'Électronique Nucléaire, Paris, 1958. Agence Atomique Internationale Vienne 1959.

[9] Zavoiski (E. K.) et Fantchenko (S. D.), *Dokl. Acad. Naouk*, 1955, **100**, 4, 661.

[10] Ward (A.), *Proc. Phys. Soc.*, 1954, A **67**, 841.

REVUE DES LIVRES

Smith (K. F.), **Jets atomiques** (traduit par J. Blamont). 1 vol., 11 × 16 cm, relié, 160 p., 35 fig., Dunod, Paris, 1958.

Tous les physiciens connaissent le rôle important joué dans le développement de la physique moderne par les jets atomiques et moléculaires. Depuis les premières expériences faites en 1911 par L. Dunoyer, véritable précurseur dans ce domaine, et celles faites de 1919 à 1921, par Stern et Gerlach, qui ont utilisé les jets pour l'étude des moments magnétiques des atomes, la méthode n'a cessé de se développer et de rendre des services de plus en plus importants, particulièrement en spectroscopie optique, pour la vérification des théories de la mécanique ondulatoire et, plus récemment, en spectroscopie de radiofréquence, pour l'étude des résonances magnétiques.

Le présent petit livre, inspiré du manuel fondamental de Fraser, et écrit avec l'aide du Professeur Frisch, donne une excellente vue d'ensemble du sujet. Il est très heureux qu'une bonne traduction française en ait été donnée par M. Blamont, l'un de nos physiciens les plus qualifiés pour le faire.

Le livre comporte une abondante bibliographie, près de 150 références, de 1911 à 1954, un index des auteurs et un index alphabétique des matières. En résumé, un des très bons numéros de cette précieuse collection.

J. L.

Naslin (P.), **Principe des calculatrices automatiques.** (1 vol., 11 × 16 cm, relié, 126 p., 141 fig., Dunod, Paris, 9,80 NF.)

Les calculatrices automatiques sont maintenant d'un usage courant et remplacent partout le calculateur, pour les travaux comptables et statistiques aussi bien que pour les études techniques et la recherche scientifique. Leur étude n'est pas à proprement parler un sujet de physique, elle s'y rattache pourtant de deux façons.

Elles rendent tout d'abord de grands services, comme instrument de travail, au physicien qui en a bien compris le principe et les possibilités, ce à quoi l'aidera grandement la première partie du livre de M. Naslin, sur l'*Organisation logique d'une calculatrice numérique universelle.* Elles utilisent d'autre part, dans leurs différents organes, un nombre considérable de phénomènes physiques, ce que montre l'auteur dans la seconde partie de l'ouvrage, consacrée à la technologie des calculatrices. Ajoutons que M. Naslin, auteur également de traités sur « *Les automatismes à séquence* » et la « *Technique des systèmes asservis* » est particulièrement qualifié pour traiter le sujet.

J. L.

Calvet (E.) et Prat (H.), **Récents progrès en microcalorimètrie.** (1 vol., 11 × 16 cm, relié, 162 p. et 54 fig., Dunod, Paris, 8,80 NF.)

Les progrès apportés à la microcalorimétrie par les beaux travaux de A. Tian, de E. Calvet et de Mme Bérenger-Calvet sont bien connus en France et à l'étranger. Les appareils qu'ils ont réalisés, et qui utilisent soit de très faibles variations de température, soit une méthode rigoureuse de zéro par compensation des dégagements de chaleur à l'aide de l'effet Peltier, ont étendu d'une façon extraordinaire le domaine d'application de ce genre de mesures. Un livre écrit par M. E. Calvet fait donc autorité en la matière. On lui doit, à la vérité, les deux premières parties, physique et physico-chimique, du présent ouvrage, consacrées aux appareils et méthodes microcalorimétriques, et à leurs applications physico-chimiques (mesures des chaleurs spécifiques, particulièrement pour les matériaux isolants, des diffusivités thermiques, des chaleurs de dissolution, de mélange, de gélatinisation, d'adsorption, des réactions de la chimie de l'alumine et de la silice, etc...).

La troisième partie, où M. H. Prat traite de la microcalorimétrie biologique, montre l'application de la méthode à une variété encore plus considérable de phénomènes.

Une bibliographie de plus de 80 références complète l'ensemble.

J. L.

RENORMALISATION D'UNE INTERACTION FORTE NUCLÉON, HYPÉRON, MÉSON K QUI NE CONSERVERAIT PAS LA PARITÉ

Par Roger NATAF,
Laboratoire de Physique Nucléaire, Orsay.

Résumé. — En suivant l'hypothèse de Soloviev [1], nous examinons les effets d'une telle interaction entre nucléon, hypéron Σ, méson K.

1. Nous calculons au second ordre les grandeurs relatives aux particules habillées (propagateurs, opérateurs vertex, etc...) et trouvons que Σ n'a pas alors une parité bien définie par rapport au nucléon.

2. La renormalisation, effectuée en principe à tous les ordres, fait disparaître ce résultat. Réalisé sensiblement par la même méthode que d'Espagnat et Prenkti [2], elle nous conduit à des prescriptions différentes sur certains points.

Abstract. — The consequences of such an interaction as suggested by Soloviev [1] are investigated (PC invariance being assumed).

1. Second order corrections for dressed particles (propagators, vertex operators, etc...) are calculated, and we find that the Σ dressed field has a mixed parity with respect to the nucleon dressed field.

2. This result is eliminated by renormalisation, performed for all orders, carried out nearly in the same way as d'Espagnat and Prentki [2], some of our relations being however different.

I. **Notations. Propriétés de symétrie de l'interaction.** — Nous admettons que l'interaction N, Σ, K est PC invariante. Elle correspond alors à l'hamiltonien :

$$H = g\overline{N}(1 + \lambda\gamma_5)\vec{\Sigma}\,\vec{\tau}\,K + gK^\dagger\,\vec{\tau}\,\overline{\vec{\Sigma}}(1 - \lambda\gamma_5)\,N \quad (1)$$

avec g et λ réels.

Les flèches désignent ici les isovecteurs ; N, K sont les isospineurs $\begin{pmatrix}p\\n\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}K^+\\K^0\end{pmatrix}$.

Nous prenons pour lagrangien d'un champ de Fermion libre :

$$\mathfrak{L}_f = \frac{1}{2}\overline{\psi}(m - \gamma\partial)\,\psi + h.c, \quad \text{où} \quad \gamma\partial \equiv \gamma_\mu\,\partial_\mu$$

la métrique étant définie par :

$$\boldsymbol{x}^2 = \vec{x}^2 + x_4^2, \quad \text{avec} \quad x_4 = it \equiv ix_0$$

et les spineurs $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{p})$ à énergie positive étant normés par :

$$\overline{u}u = -1$$

Le lagrangien total des champs N, Σ, K couplés est donc :

$$\mathfrak{L} = -\frac{1}{2}\overline{N}(\gamma\partial - M)\,N - \frac{1}{2}\overline{\vec{\Sigma}}(\gamma\partial - M_\Sigma)\,\vec{\Sigma} + h.c.$$
$$- \partial_\mu K^\dagger\,\partial_\mu K - M_K^2\,K^\dagger K - H \quad (2)$$

correspondant aux équations d'évolution :

$$\begin{cases} (\gamma\partial - M)\,N = -g(1 + \lambda\gamma_5)\,\vec{\Sigma}\,\vec{\tau}\,K & (3)\\ (\square + M_K^2)\,K = -g\,\overline{\vec{\Sigma}}\,(1 - \lambda\gamma_5)\,\vec{\tau}\,N & (4)\\ (\gamma\partial - M_\Sigma)\,\vec{\Sigma} = -g\,\vec{\tau}\,K^\dagger(1 - \lambda\gamma_5)\,N & (5)\end{cases}$$

avec :

$$\square = -\partial_\mu\,\partial_\mu = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2.$$

Si l'on considère aussi leur interaction avec les champs mésiques $\vec{\pi}$ et électromagnétique $\boldsymbol{A}$, il faut ajouter à (2), outre les lagrangiens de ces deux champs libres, ceux des interactions :

$$\mathfrak{L}(N\pi) + \mathfrak{L}(\Sigma\pi) \equiv iG\overline{N}\,\gamma_5\,\vec{\tau}\,\vec{\pi}\,N + iG_1\left(\overline{\vec{\Sigma}} \wedge \gamma_5\,\vec{\Sigma}\right)\vec{\pi}$$

$$\mathfrak{L}(NA) + \mathfrak{L}(\Sigma A) \equiv ie_N\,\overline{N}\,\boldsymbol{\gamma A}N + ie_\Sigma\,\overline{\Sigma}\,\boldsymbol{\gamma A}\Sigma$$

$$\mathfrak{L}(KA) \equiv ie_K[(\partial_\mu K)\,K^\dagger - (\partial_\mu K^\dagger)\,K]\,A_\mu - e_K^2\,A_\mu\,A_\mu\,K^\dagger K$$

avec :

$$e_N = e\frac{1 + \tau_3^N}{2}; \quad e_K = e\frac{1 + \tau_3^K}{2}; \quad e_\Sigma = eI_3^\Sigma.$$

Transformations canoniques dépendant de γ_5 du lagrangien total.

1° Le lagrangien total $\mathfrak{L}t$ ainsi obtenu est invariant par la transformation :

$$\begin{cases} N \to N' = e^{-a\gamma_5}\,N \\ \Sigma \to \Sigma' = e^{-a\gamma_5}\,\Sigma \\ \gamma_\mu \to \gamma'_\mu = e^{-a\gamma_5}\,\gamma_\mu\,e^{a\gamma_5} = \gamma_\mu\,e^{2a\gamma_5}, \quad (\gamma'_5 = \gamma_5)\end{cases} \quad (I)$$

a étant un nombre c quelconque.

Avec les équations (3) et (5) il suffit de multiplier les deux membres par $e^{-a\gamma_5}$ pour l'établir.

Avec (4), ou le lagrangien (et en général), il faut d'abord calculer les nouvelles expressions $\overline{N'}$, $\overline{\Sigma'}$.

En général :

$$\overline{\psi} = \psi^\dagger\,A\gamma_4$$

où A est la matrice hermitique telle que :

$$\gamma_\mu^\dagger = A \gamma_\mu A^{-1}.$$

a) Pour $a = \theta$ réel, on voit que la matrice A' correspondant aux γ'_μ telle que :

$$\gamma'^\dagger_\mu = A' \gamma'_\mu A'^{-1}$$

est :

$$A' = A \, e^{2\theta\gamma_5} \tag{6}$$

vérifiant :

$$A' \gamma'_\mu = A \gamma_\mu$$

$$\overline{\psi}' = \psi'^\dagger A' \gamma'_4 = \psi'^\dagger A \gamma_4 = \psi^\dagger e^{-\theta\gamma_5^\dagger} A \gamma_4 = \overline{\psi} e^{\theta\gamma_5}.$$

b) Pour $a = i\alpha$ imaginaire pur : $A' = A$.

$$\overline{\psi}' = \psi'^\dagger A \gamma'_4 = \psi^\dagger e^{i\alpha\gamma_5^\dagger} A \gamma_4 e^{2i\alpha\gamma_5} = \overline{\psi} e^{i\alpha\gamma_5}.$$

Ainsi, dans les deux cas, comme aussi dans le cas général où $a = \theta + i\alpha$:

$$\overline{\psi}' \psi' = \overline{\psi} \psi \, ; \qquad \overline{\psi}' \gamma'_5 \psi' = \overline{\psi} \gamma_5 \psi$$
$$\overline{\psi}' \gamma'_\mu \psi' = \overline{\psi} \gamma_\mu \psi$$

ce qui établit l'invariance de $\mathcal{L}t$ (et de la norme $\overline{\psi}\psi$).

Les γ' qui vérifient :

$$\gamma'_\mu \gamma'_\nu + \gamma'_\nu \gamma'_\mu = 2\delta_{\mu\nu}$$

constituent un système de matrices de Dirac équivalent à celui des γ_μ.

La transformation (1) est bien canonique puisqu'elle porte seulement sur les spineurs $u(\boldsymbol{p})$, $v(\boldsymbol{p})$ non sur les opérateurs d'absorption et émission correspondants $a(\boldsymbol{p})$, $b^+(\boldsymbol{p})$, etc.... Si :

$$\psi = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int \sqrt{\frac{m}{E_p}} \times$$
$$\times \left[\sum_{\sigma=1}^{2} a_\sigma(\vec{p})\, u_\sigma(\vec{p})\, e^{ipx} + b_\sigma^\dagger(\vec{p})\, v_\sigma(\vec{p})\, e^{-ipx} \right] d^3 p \tag{7}$$

où :

$$(i\, \boldsymbol{\gamma p} - m)\, u_\sigma(\boldsymbol{p}) = 0 \qquad \overline{u}_\sigma u_\sigma = -1$$
$$(i\, \boldsymbol{\gamma p} + m)\, v_\sigma(\boldsymbol{p}) = 0 \qquad \overline{v}_\sigma v_\sigma = 1$$

et :

$$E_p = \sqrt{\vec{p}^2 + m^2}$$

les deux valeurs de σ étant par exemple, les valeurs propres ± 1 de l'hélicité $\vec{\sigma}\vec{p}/|p|$, on a pour ψ' :

$$\psi' = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int \sqrt{\frac{m}{E_p}} \times$$
$$\times \left[\sum_{\sigma=1}^{2} a_\sigma(\vec{p})\, u'_\sigma(\vec{p})\, e^{ipx} + b_\sigma^\dagger(\vec{p})\, v'_\sigma(\vec{p})\, e^{-ipx} \right] d^3 p \tag{8}$$

où :

$$u'_\sigma = e^{-a\gamma_5} u_\sigma, \qquad v'_\sigma = e^{-a\gamma_5} v_\sigma$$

vérifient :

$$(i\, \boldsymbol{\gamma' p} - m)\, u'_\sigma(\boldsymbol{p}) = 0, \qquad \overline{u}'_\sigma u'_\sigma = -1$$
$$(i\, \boldsymbol{\gamma' p} + m)\, v'_\sigma(\boldsymbol{p}) = 0, \qquad \overline{v}'_\sigma v'_\sigma = 1.$$

Dans (7), $u_\sigma e^{ipx}$ et $v_\sigma e^{-ipx}$ correspondent à des états de même hélicité pour la particule d'impulsion $\vec{p}$ et l'antiparticule d'impulsion $-\vec{p}$. Dans (8), il en est de même pour $u'_\sigma e^{ipx}$, $v'_\sigma e^{-ipx}$ relativement à l'opérateur $\vec{\sigma}'\vec{p}/|p|$, $(\sigma'_k = -i\gamma'_i\gamma'_m)$, mais non relativement à $\vec{\sigma}\vec{p}/|p|$, $(\sigma_k = -i\gamma'_i\gamma'_m)$ puisque, pour $a = \theta$ réel par exemple :

$$u'_\sigma e^{ipx} = (\text{ch}\, \theta . u_\sigma - \text{sh}\, \theta . v_\sigma)\, e^{ipx} \qquad (v_\sigma = \gamma_5 u_\sigma)$$

apparaît comme un mélange d'états propres :

$$u_\sigma e^{ipx}, \qquad v_\sigma e^{ipx}$$

de ce dernier opérateur.

La même remarque s'applique à la parité intrinsèque d'un fermion. Dans le système des γ_μ, γ_4 $\psi(-\vec{x}, t)$ satisfait à la même équation que $\psi(\vec{x}, t)$ et il faut définir l'opérateur parité P par :

$$P\, \psi(\vec{x}) = -\eta\, \gamma_4\, \psi(-\vec{x})$$

η étant la parité intrinsèque $(\eta = \pm 1, \pm i)$, puisque, avec nos conventions, dans le référentiel où la particule est au repos :

$(\gamma_4 + 1)\, \psi = 0$ entraîne $P\psi = \eta\psi$ dans ce référentiel.

Dans le système des γ'_μ, il faut définir P' par :

$$P'\psi'(\vec{x}) = -\eta\, \gamma'_4\, \psi'(-\vec{x})$$

η ayant toujours la même valeur :

$(\gamma'_4 + 1)\, \psi' = 0$ dans le référentiel propre.

ψ étant un état propre de P, ψ' est un état propre de P' avec la même valeur propre, mais apparaît comme un mélange d'états propres de P ; ainsi pour $a = \theta$ réel :

$$\psi' = (\text{ch}\, \theta - \gamma_5\, \text{sh}\, \theta)\, \psi$$

(où ψ et $\gamma_5\psi$ correspondent à des valeurs propres opposées de P).

2° $\mathcal{L}t$ est aussi invariant par la transformation canonique

$$\begin{cases} N \to N' = \gamma_5 N \\ \Sigma \to \Sigma' = \gamma_5 \Sigma \\ \gamma_\mu \to \gamma'_\mu = -\gamma_\mu, \qquad (\gamma'_5 = \gamma_5). \end{cases} \tag{11}$$

Il n'y a pas à modifier la matrice A, et :

$$\overline{\psi}' = \psi'^\dagger A \gamma'_4 = -\psi^\dagger \gamma_5^\dagger A \gamma_4 = \overline{\psi} \gamma_5$$

de sorte que :

$$\bar{\psi}'\psi' = \bar{\psi}\psi, \quad \bar{\psi}'\gamma'_\mu\psi' = -\psi'\gamma_\mu\psi' = \bar{\psi}\gamma_\mu\psi.$$

On peut faire les mêmes remarques qu'au 1° sur la modification correspondante des différents opérateurs.

II. Effets du second ordre sur les expressions relatives aux particules « habillées ». — 1° EFFETS DE SECOND ORDRE DE SELF-ÉNERGIE.

Passant en représentation d'interaction, avec les notations adoptées, nous avons les propagateurs suivants : pour les bosons $\Delta_F(x, m)$ a pour transformée de Fourier :

$$\frac{1}{2}\Delta_F(k, m) = \frac{i}{(2\pi)^4}\frac{1}{k^2 + m^2 - i\varepsilon} \equiv \frac{i}{(2\pi)^4}\Delta(k, m) \qquad (9)$$

Pour les Fermions :

$$-\frac{1}{2}S_F(p, m) = \frac{-i}{(2\pi)^4}\frac{i\gamma p + m}{p^2 + m^2 - i\varepsilon}$$

$$= \frac{i}{(2\pi)^4}\frac{1}{i\gamma p - m + i\varepsilon}$$

$$\equiv \frac{i}{(2\pi)^4}S(p, m). \qquad (10)$$

On considère alors pour les nucléons le graphe de self-énergie du 2e ordre figure 1, avec les possibilités :

(a) $p \to \Sigma^+ + K^0$, $\quad p \to \Sigma^0 + K^+$ (b)

(c) $n \to \Sigma^- + K^+$, $\quad n \to \Sigma^0 + K^0$. (d)

La matrice de diffusion S pour ce processus est donnée par :

$$S = -(ig)^2\int d^4x_2\int d^4x_1\, T\left\{\overline{N}(x_2)\vec{\tau}K(x_2)(1 + \lambda\gamma_5)\right.$$

$$\left.\vec{\Sigma}(x_2)\overline{\vec{\Sigma}}(x_1)(1 - \lambda\gamma_5)N(x_1)\vec{\tau}^+K^+(x_1)\right\}.$$

L'existence de $\vec{\tau}\,\vec{\Sigma}$ apporte un facteur 2 pour les processus virtuels (a) et (c), un facteur 1 pour (b) et (d) [1]. Ces facteurs mis à part, S a la même expression dans tous les cas. On peut donc supprimer $\vec{\tau}$ et multiplier par 3 le résultat obtenu : $g^2 \to 3g^2$.

[1] Avec (a), seul le terme :

$$\frac{\tau_1 + i\tau_2}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\Sigma_1 - i\Sigma_2}{\sqrt{2}} \equiv \frac{\tau_1 + i\tau_2}{\sqrt{2}}\Sigma^+$$

de $\vec{\tau}\,\vec{\Sigma}$ apporte une contribution :

$$S \propto \frac{\tau_1 + i\tau_2}{\sqrt{2}}\Sigma^+\,\overline{\Sigma}^+\frac{\tau_1 - i\tau_2}{\sqrt{2}} \propto \frac{\tau_1^2 + \tau_2^2 - i[\tau_1\,\tau_3]}{2}$$

$$= 1 + \tau_3 \to 2$$

Avec (b), seul : $\tau_3\,\Sigma_3 \equiv \tau_3\,\Sigma^0$ en apporte une : $S \propto \tau_3^2 = 1$.

On obtient ainsi avec (9) et (10) l'élément de matrice de S :

$$S = \frac{1}{(2\pi)^3}\delta^4(p - p')\frac{M}{E_p}\bar{u}(p)\,\Sigma'_2(p)\,u(p)$$

avec :

$$\Sigma'_2(p) = -3g^2\int(1 + \lambda\gamma_5)\frac{i\gamma(p - k) + M_\Sigma}{(p - k)^2 + M_\Sigma^2 - i\varepsilon}$$

$$(1 - \lambda\gamma_5)\frac{d^4k}{k^2 + M_K^2 - i\varepsilon'}. \qquad (11)$$

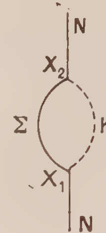


FIG. 1.

Si le graphe figure 1 fait partie d'un graphe plus compliqué, on aura à remplacer :

$$-\frac{1}{2}S_F(p) = \frac{i}{(2\pi)^4}S(p, m)$$

correspondant à une ligne par :

$$-\frac{1}{2}S_F(p) + \frac{-1}{2}S_F(p)\,\Sigma'_2(p)\frac{-1}{2}S_F(p)$$

$$= \frac{i}{(2\pi)^4}S(p) + \frac{i}{(2\pi)^4}S(p)\,\Sigma'_2(p)\frac{i}{(2\pi)^4}S(p)$$

$$= \frac{i}{(2\pi)^4}[S(p) + S(p)\,\Sigma_2(p)\,S(p)]$$

en posant :

$$\Sigma_2(p) = \frac{i}{(2\pi)^4}\Sigma'_2(p).$$

Si maintenant on considère un diagramme contenant des itérations successives du diagramme propre (*fig.* 1) on aura à considérer :

$$S' = S + S\,\Sigma_2\,S + S\,\Sigma_2\,S\,\Sigma_2\,S + \ldots \qquad (12)$$

$$= S\left[1 + \sum_{n=1}^{\infty}(\Sigma_2\,S)^n\right] = S(1 - \Sigma_2\,S)^{-1}$$

$$= [(1 - \Sigma_2\,S)\,S^{-1}]^{-1}$$

$$\underline{S'^{-1} = S^{-1} - \Sigma_2}. \qquad (13)$$

Donc, en remplaçant :

$S^{-1} = i\gamma p - M$ par :

$S'^{-1} = i\gamma p - M - \Sigma_2(p)$

dans l'expression de S on tient compte automati-

quement de tous les diagrammes (*fig.* 1) de self-énergie itérés. (12) s'écrit aussi :

$$S' = S + S' \Sigma_2 S = S + S \Sigma_2 S' \qquad (14)$$

qui expriment la propriété caractéristique du propagateur modifié S'.

De même pour une ligne externe, si $\psi(\boldsymbol{p})$ est le spineur correspondant à une onde plane avec le nucléon « nu », on obtient en plaçant sur cette ligne externe tous les diagrammes 1 répétés :

$$\psi'(\boldsymbol{p}) = \psi(\boldsymbol{p}) + S'(\boldsymbol{p}) \Sigma_2(\boldsymbol{p}) \psi(\boldsymbol{p})$$
$$\psi' = (1 + S' \Sigma_2) \psi$$

où, d'après la 1re relation (14) :

$$S' \Sigma_2 = (S' - S) S^{-1} = S'S^{-1} - 1$$

c'est-à-dire que :

$$S^{-1} \psi = S'^{-1} \psi'.$$

Pour une ligne externe,

$$S^{-1} \psi(\boldsymbol{p}) = 0$$

donc :

$$S'^{-1}(\boldsymbol{p}) \psi'(\boldsymbol{p}) = 0$$

pour le nucléon physique « habillé ».

(11) nous donne :

$$\Sigma_2(\boldsymbol{p}) = -\frac{3ig^2}{(2\pi)^4} \times$$
$$\left\{ \begin{array}{ll} \displaystyle\int (1 + \lambda\gamma_5)^2 \frac{i\gamma(\boldsymbol{p} - \boldsymbol{k})}{(\boldsymbol{p} - \boldsymbol{k})^2 + M_\Sigma^2 - i\varepsilon} \frac{d^4 \boldsymbol{k}}{\boldsymbol{k}^2 + M_K^2 - i\varepsilon'} & (B) \\ \displaystyle + \int (1 - \lambda^2) \frac{M_\Sigma}{(\boldsymbol{p} - \boldsymbol{k})^2 + M_\Sigma - i\varepsilon} \frac{d^4 \boldsymbol{k}}{\boldsymbol{k}^2 + M_K^2 - i\varepsilon'} & (A) \end{array} \right.$$

Le premier terme (B) est proportionnel à $i\gamma\boldsymbol{p}$

$$(B) = (1 + \lambda\gamma_5)^2 i\gamma\boldsymbol{p} B(\boldsymbol{p}^2)$$

où

$$B(\boldsymbol{p}^2) = -\frac{3ig^2}{(2\pi)^4}\left[\int d^4 \boldsymbol{k} \int_0^1 \frac{(1 - x)\, dx}{(\boldsymbol{k}^2 + \alpha^2)^2} - i\frac{\pi^2}{4}\right]$$
$$= -\frac{3ig^2}{(2\pi)^4}\left(I - i\frac{\pi^2}{4}\right) \qquad (15)$$

avec :

$$\alpha^2 \equiv \boldsymbol{p}^2 x(1 - x) + M_\Sigma^2 x + M_K^2(1 - x).$$

L'intégrale I est à divergence logarithmique ; le terme $- i\pi^2/4$ provient du changement d'origine pour k sur l'intégrale en $- i\gamma\boldsymbol{k}$ à divergence linéaire (réduite ensuite par intégration symétrique).

Le second terme

$$(A) = M_\Sigma A(\boldsymbol{p}^2)$$

$$A(\boldsymbol{p}^2) = -\frac{3ig^2}{(2\pi)^4}(1 - \lambda^2)$$
$$\int d^4 \boldsymbol{k} \int_0^1 \frac{dx}{(\boldsymbol{k}^2 + \alpha^2)^2} \equiv -\frac{3ig^2}{(2\pi)^4}(1 - \lambda^2) J. \qquad (16)$$

L'intégrale $J(\boldsymbol{p}^2)$ est aussi à divergence logarithmique. Soient L et a les intégrales obtenues en remplaçant $\boldsymbol{p}^2$ par $- M^2$. Elles sont à divergence logarithmique (ou dépendantes du cut-off si l'on prend un cut-off Λ^2 pour $\boldsymbol{k}^2$)

$$\left\{ \begin{array}{l} B(\boldsymbol{p}^2) = L + B_f(\boldsymbol{p}^2) \\ A(\boldsymbol{p}^2) = a + A_f(\boldsymbol{p}^2). \end{array} \right.$$

Par contre $B_f(\boldsymbol{p}^2)$ et $A_f(\boldsymbol{p}^2)$ sont *convergentes* et *s'annulent pour* $\boldsymbol{p}^2 = - M^2$.

Ainsi d'après (9) :

$$S'^{-1} = i\gamma\boldsymbol{p} - M - (1 + \lambda\gamma_5)^2 i\gamma\boldsymbol{p} B - M_\Sigma A$$
$$= [1 - (1 + \lambda\gamma_5)^2 L] i\gamma\boldsymbol{p} - (M + aM_\Sigma)$$
$$- (1 + \lambda\gamma_5)^2 i\gamma\boldsymbol{p} B_f(\boldsymbol{p}^2) - M_\Sigma A_f(\boldsymbol{p}^2)$$
$$= [1 - (1 + \lambda^2) L - 2\lambda L\gamma_5] i\gamma\boldsymbol{p} - (M + aM_\Sigma)$$
$$- (1 + \lambda\gamma_5)^2 i\gamma\boldsymbol{p} B_f(\boldsymbol{p}^2) - M_\Sigma A_f(\boldsymbol{p}^2)$$

avec :

$$L = -\frac{3g^2}{(2\pi)^4}[iI(- M^2) + \pi^2/4].$$

Pour un nucléon « habillé » sur une ligne externe $\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}_l$ où $\boldsymbol{p}_l^2 = - M^2$ (M étant la masse physique) et :

$$S'^{-1} \psi'(\boldsymbol{p}_l) = \{ [1 - (1 + \lambda^2) L - 2\lambda L\gamma_5] i\gamma\boldsymbol{p}_l$$
$$- (M + aM_\Sigma) \} \psi'(\boldsymbol{p}_l) = 0.$$

En réalité, si M, M_Σ, M_K sont les masses physiques, l'hamiltonien H_I en représentation d'interaction contient aussi des « contre-termes » de masse :

$- \delta m \bar{\psi}\psi$ pour les champs spinoriels N et Σ,
$- \delta m^2 \varphi^+ \varphi$ pour le champ de Bosons K.

Il faut donc à chaque graphe figure 1, associer celui du contre-terme (*fig.* 2) qui donne l'élément de matrice de diffusion :



Fig. 2.

$$S = \frac{(2\pi)^4}{(2\pi)^3} \delta^4(\boldsymbol{p} - \boldsymbol{p}') \frac{M}{E_p} \bar{u}(\boldsymbol{p}) (i \delta M) u(\boldsymbol{p})$$

$$\Sigma_2' \to \Sigma_2' + (2\pi)^4 i \delta M$$
$$\Sigma_2 \to \Sigma_2 - \delta M$$

$$S'^{-1} \psi'(\boldsymbol{p}_l) = \{ [1 - (1 + \lambda^2) L - 2L\lambda\gamma_5] i\gamma\boldsymbol{p}_l$$
$$- (M + aM_\Sigma - \delta M) \} \psi'(\boldsymbol{p}_l) = 0. \qquad (18)$$

Le calcul de $I(-M^2)$, $J(-M^2)$ avec un cut-off Λ montre bien que L et a sont réels. Ainsi, quand $\Lambda \gg M_\Sigma$:

$$L \simeq \frac{3g^2}{(2\pi)^4}\frac{\pi^2}{2}\ln\left(\frac{\Lambda^2}{M_\Sigma^2}+1\right). \tag{19}$$

Comme on pouvait le prévoir, à cause du terme $2\lambda L\gamma_5 i\gamma p_l$, le nucléon physique n'a pas une parité intrinsèque bien définie par rapport à celle du nucléon nu.

Mais comme, en fait, le nucléon nu n'a pas de signification physique il n'est pas possible de le comparer au nucléon « habillé ».

D'ailleurs, sur les équations d'évolution des champs nus, comme sur celles des champs habillés, on peut toujours effectuer une transformation canonique (I) qui, comme on l'a vu, change l'opérateur P. Ceci nous conduit à essayer de définir de nouvelles matrices de Dirac γ'_μ telles que (18) s'écrive :

$$(i\,\gamma' p - M)\,\psi'(p) = 0.$$

Nous définissons θ tel que :

$$\frac{2\lambda L}{1-(1+\lambda^2)L} = \text{th}\,2\theta \tag{20}$$

θ étant réel si :

$$\left|\frac{2\lambda L}{1-(1+\lambda^2)L}\right| < 1 \tag{21}$$

$$\frac{2\lambda L}{\text{sh}\,2\theta} = \frac{1-(1+\lambda^2)L}{\text{ch}\,2\theta} = \varepsilon\sqrt{[1-(1+\lambda^2)L]^2 - 4\lambda^2L^2}$$

$\varepsilon = \pm 1$ ayant le signe de : $1-(1+\lambda^2)L$

$$1-(1+\lambda^2)L - 2\lambda L\gamma_5 = \varepsilon\sqrt{[1-(1+\lambda^2)L]^2-4\lambda^2L^2}\quad e^{-2\theta\gamma_5}.$$

En choisissant δM tel que :

$$M + aM_\Sigma - \delta M = M\sqrt{[1-(1+\lambda^2)L]^2-4\lambda^2L^2} \equiv u_2 M$$

$$S'^{-1}\,\psi'(p_l) = u_2(i\,\varepsilon\gamma\,e^{2\theta\gamma_5}p_l - M)\,\psi'(p_l) = 0.$$

Les :

$$\gamma'_\mu \equiv \varepsilon\gamma_\mu\,e^{2\theta\gamma_5} = \varepsilon\,e^{-\theta\gamma_5}\,\gamma_\mu\,e^{\theta\gamma_5}. \tag{22}$$

ont bien les mêmes relations d'anticommutation que les γ_μ —. Les γ'_μ et ψ' peuvent être considérés comme les transformées des γ_μ et ψ ([1]) :

a) si $\varepsilon = +1$, par la transformation canonique (I) appliquée au champ N seul.

b) si $\varepsilon = -1$, par le produit des transformations (I) et (II) appliquées au champ N seul.

Lorsque Λ est très grand, on se trouve dans ce second cas d'après (19).

La possibilité de définir les γ'_μ résulte principalement du fait que la matrice $1-\eta\gamma_5$ a un inverse lorsque $\eta \neq \pm 1$, qui est : $\dfrac{1+\eta\gamma_5}{1-\eta^2}$.

Elle n'est singulière (projecteur) que pour $\eta = \pm 1$. Si l'inégalité contraire de (21) est vérifiée, on peut en effet définir encore θ' tel que :

$$\frac{2\lambda L}{1-(1+\lambda^2)L} = \text{coth}\,2\theta'$$

$$1-(1+\lambda^2)L - 2\lambda L\gamma_5 = \varepsilon'\sqrt{4\lambda^2L^2-[1-(1+\lambda^2)L]^2}\,(-\gamma_5)\times$$
$$\times\,(\text{ch}\,2\theta' - \gamma_5\,\text{sh}\,2\theta')$$

ε' ayant le signe de $2\lambda L$

$$\gamma'_\mu = \varepsilon'\gamma_\mu\,\gamma_5\,e^{2\theta'\gamma_5}$$

remplace alors (22), de sorte que :

$$\gamma'_\mu\,\gamma'_\nu + \gamma'_\nu\,\gamma'_\mu = -2\delta_{\mu\nu}$$

ce qui conduirait à : $p_l^2 = +M^2$.

Nous devons exclure cette éventualité (qui conduirait à une masse imaginaire du nucléon habillé) et supposer que (21) est vérifiée ([2]).

Remarquons que :

$$\left|\frac{1-(1+\lambda^2)L}{2\lambda L}\right| = \left|\frac{1}{2\lambda L} - \frac{\lambda^2+1}{2\lambda}\right| \to \left|\frac{\lambda^2+1}{2\lambda}\right|$$

$$\text{quand } L \to \infty$$

de sorte que (21) se trouve vérifiée lorsque $\lambda \neq \pm 1$ et que le cut-off $\Lambda \to \infty$. Dans ces conditions, θ ne dépend que de λ ; d'après (20) :

$$\text{th}\,\theta = -\lambda \qquad \text{si} \qquad |\lambda| < 1$$
$$\text{th}\,\theta = -\lambda^{-1} \qquad \text{si} \qquad |\lambda| > 1$$

ce résultat était prévisible, puisque, si $|\lambda| \neq 1$, on on peut écrire :

pour

$$|\lambda| < 1,\quad 1+\lambda\gamma_5 = \sqrt{1-\lambda^2}\,e^{\gamma_5\varphi},\quad (\text{th}\,\varphi = \lambda)$$
$$|\lambda| > 1,\quad 1+\lambda\gamma_5 = \lambda\gamma_5(1+\lambda^{-1}\gamma_5) = \gamma_5\sqrt{\lambda^2-1}\,e^{\gamma_5\varphi},\ (\text{th}\,\varphi = \lambda^{-1})$$

et que (en supposant $|\lambda| < 1$ par exemple) :

$$\Sigma_2(p) = -\delta M + \frac{3ig^2}{(2\pi)^4}(1-\lambda^2)\int e^{\gamma_5\varphi}\,S(p-k, M_\Sigma)\,e^{-\gamma_5\varphi}\,\Delta(k, M_K)\,d^4k$$
$$= -\delta M + (1-\lambda^2)\,e^{2\gamma_5\varphi}\,L\,i\gamma p + aM_\Sigma + \Sigma_{2f}(p)$$

où :

$$\Sigma_{2f}(p^2 = -M^2) = 0$$

$$S'^{-1} = S^{-1} - \Sigma_2 = [1-(1-\lambda^2)\,Le^{2\gamma_5\varphi}]\,i\gamma p - (M + aM_\Sigma - \delta M) - \Sigma_{2f}$$

([1]) ψ' et ψ diffèrent en plus par un facteur de normalisation (renormalisation de la fonction d'onde).

([2]) Comme dans tout ce qui précède nous supposons évidemment que l'on peut calculer les effets de l'habillage par l'interaction (1) à chaque ordre successif de la méthode de perturbation.

Quand $L \to \infty$,

$$S'^{-1} \sim u_2(i\, \varepsilon\gamma\, e^{-2\varphi\gamma_5} \boldsymbol{p} - M) - \Sigma_{2f}(\boldsymbol{p})$$

ε ayant le signe de $-L$, et $u_2 \sim |L|(1 - \lambda^2)$. Donc :

$$\theta \to -\varphi.$$

Pour étudier les champs N, Σ, K couplés, il faut évidemment calculer aussi les corrections de self-énergie pour Σ, correspondant au diagramme figure 3, et pour K, figure 4.

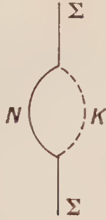


FIG. 3.

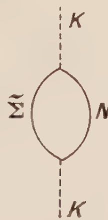


FIG. 4.

Pour Σ, il faut remplacer S'^{-1} de (17) par $S'^{-1}(\Sigma)$ obtenu en y échangeant M et M_Σ, *et* λ *en* $-\lambda$.

On a en effet :

$$\mathrm{S} = (-ig)^2 \int \mathrm{d}^4 \boldsymbol{x}_2 \int \mathrm{d}^4 \boldsymbol{x}_1\, T \Big\{ \overline{\overrightarrow{\Sigma}}(\boldsymbol{x}_2) \overrightarrow{\tau}^{\,+} K^+(\boldsymbol{x}_2)$$

$$(1 - \lambda\gamma_5)\, N(\boldsymbol{x}_2)\, \overline{N}(\boldsymbol{x}_1)\, (1 + \lambda\gamma_5)\, \overrightarrow{\Sigma}(\boldsymbol{x}_1)\, \overrightarrow{\tau}\, K(\boldsymbol{x}_1) \Big\}$$

qu'il faut comparer à $\mathcal{S}$ pour le diagramme figure 1.

Le champ Σ' habillé libre satisfait à :

$$(i\gamma'_\Sigma \boldsymbol{p} - M_\Sigma)\, \psi'(\boldsymbol{p}) = 0$$

où les :

$$\gamma'_{\Sigma\mu} = \varepsilon_\Sigma\, \gamma_\mu\, e^{2\theta_\Sigma \gamma_5}$$

sont définis de manière analogue aux γ'_μ, θ_Σ étant défini par (20) où L_Σ remplace L.

Quand on prend $M_\Sigma = M$ et $L_\Sigma = L$, $\theta_\Sigma = -\theta$. D'autre part, à la limite $\Lambda \to \infty$, $\theta_\Sigma \to \varphi$.

Ainsi, le champ physique Σ' n'a pas une parité intrinsèque bien définie par rapport à celle du champ physique N' mais correspond à un mélange d'états de parités intrinsèques opposées dans un rapport donné par th $(\theta_\Sigma - \theta)$ puisque :

$$\gamma'_{\Sigma\mu} = \varepsilon_\Sigma\, \varepsilon \gamma'_\mu\, e^{2(\theta_\Sigma - \theta)\gamma_5} \sim \gamma'_\mu\, e^{-4\theta\gamma_5}.$$

Pour K, nous devons calculer :

$$\Delta'^{-1}(\boldsymbol{k}, M_K) = \Delta^{-1} - \Pi_2$$

où Π_2 correspond au diagramme figure 4 et à :

$$\Pi_2(\boldsymbol{k}) \equiv \frac{i}{(2\pi)^4} \Pi'_2 = -\frac{3ig^2}{(2\pi)^4} \int \mathrm{d}^4 \boldsymbol{p}\, \times$$

$$\times \frac{\mathrm{Tr}\,(i\gamma \boldsymbol{p} + M)\,(1 + \lambda\gamma_5)\,[i\gamma(\boldsymbol{p} - \boldsymbol{k}) + M_\Sigma]\,(1 - \lambda\gamma_5)}{(\boldsymbol{p}^2 + M^2)\,[(\boldsymbol{p} - \boldsymbol{k})^2 + M_\Sigma^2]}$$

$$= -\frac{12ig^2}{(2\pi)^4} \int \frac{(1 - \lambda^2)\, M M_\Sigma + (1 + \lambda^2)\, \boldsymbol{p}(\boldsymbol{k} - \boldsymbol{p})}{(\boldsymbol{p}^2 + M^2)\,[(\boldsymbol{p} - \boldsymbol{k})^2 + M_\Sigma^2]} \mathrm{d}^4 \boldsymbol{p}.$$

L'effet de (1) est donc du même type que celui d'une interaction conservant la parité, l'intégrale étant à divergence quadratique, comme pour $\lambda = 0$.

Apparemment, le champ K habillé φ' a une parité bien définie. Cependant, un état de champ physique résultant de la superposition de 2 parités intrinsèques différentes satisferait à la même équation de Klein-Gordon.

Nous voyons pourtant que (1) *est compatible avec une parité bien définie du méson* K *par rapport à celle du nucléon tandis que l'hypéron* Σ *n'a pas une parité bien définie.*

En résumé, au 2e ordre on a [1] :

$$S'^{-1}_{(2)}(\boldsymbol{p}) = u_2(i\gamma' \boldsymbol{p} - M) - \Sigma_{2f}(\boldsymbol{p}, \gamma) \qquad (23)$$

et de même pour Σ :

$$S'^{-1}_{(2)}(\Sigma, \boldsymbol{p}) = v_2(i\gamma'_\Sigma \boldsymbol{p} - M_\Sigma) - \Sigma_{2f}(\Sigma, \boldsymbol{p}, \gamma) \quad (24)$$

où v_2, γ'_Σ ont les mêmes expressions que u_2, γ' en remplaçant L_2 par $L_2(\Sigma)$, θ par θ_Σ (l'indice 2 précise qu'il s'agit du 2e ordre). Enfin pour K :

$$\Delta'^{-1}_{(2)}(\boldsymbol{k}, M_K) = w_2(\boldsymbol{k}^2 + M_K^2) - \Pi_{2f}(\boldsymbol{k}^2). \qquad (25)$$

2° CORRECTIONS VERTEX DU 2e ORDRE. — Pour être complet, il faut calculer les corrections vertex.

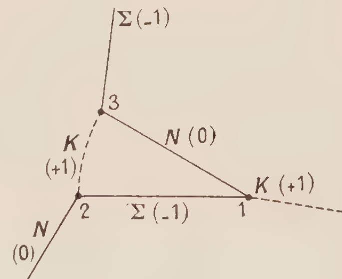


FIG. 5.

1) Pour l'interaction $N\Sigma K$: la correction correspond au graphe figure 5.

Mais ce processus est interdit par la conservation

[1] En se reportant à (17), on voit que l'expression Σ_{2f} ne dépend que des $(1 + \lambda\gamma_5)^2 \gamma_\mu$ qui, lorsque $L_2 \to \infty$, se confondent avec les γ'_μ. En général on pourrait évidemment l'exprimer à l'aide des γ'_μ et de θ (c'est-à-dire de L_2).

de l'étrangeté, comme les auteurs [3] le font remarquer. En effet celle-ci ne peut être conservée au vertex 3 (les valeurs des étrangetés des différentes particules sont indiquées entre parenthèses).

2. Pour l'interaction électromagnétique sur un *proton* par exemple : la correction correspond aux deux graphes figures 6*a* et 6*b*.

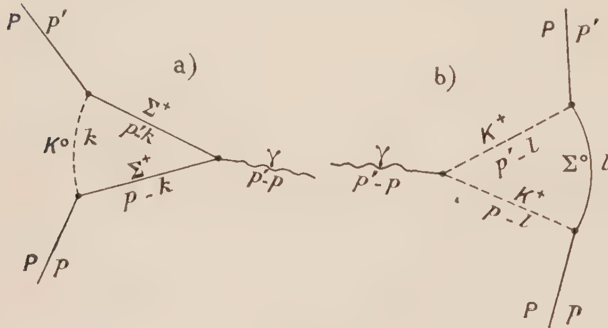


Fig. 6.

Les termes de la matrice S correspondants sont :

$$e\Lambda_\mu^{(2a)}(\boldsymbol{p'p}), \qquad e\Lambda_\mu^{(2b)}(\boldsymbol{p'p}), \qquad \text{d'où :}$$

$$e\Lambda_\mu^{(2)}(\boldsymbol{p'p}) \equiv e\Lambda_\mu^{(2a)}(\boldsymbol{p'p}) + e\Lambda_\mu^{(2b)}(\boldsymbol{p'p}).$$

Il faut pour tenir compte de la correction, remplacer γ_μ par $\gamma_\mu + \Lambda_\mu^{(2)}(\boldsymbol{p'p})$ dans l'interaction avec le champ électromagnétique $ie\boldsymbol{\gamma A}$.

On vérifie que l'on a toujours l'identité de Ward :

$$\frac{\partial \Sigma_2}{\partial p_\mu} = - i\Lambda_\mu^{(2)}(\boldsymbol{pp})$$

lorsque $\boldsymbol{p'} = \boldsymbol{p}$ (photon de fréquence nulle).

Il en résulte que l'on peut écrire :

$$\Gamma_\mu^{(2)}(\boldsymbol{p'p}) \equiv \gamma_\mu + \Lambda_\mu^{(2)}(\boldsymbol{p'p})$$
$$= [1 - (1 + \lambda\gamma_5)^2 L_2]\, \gamma_\mu + \Lambda_{\mu f}^{(2)}(\boldsymbol{p'p})$$

où $\Lambda_{\mu f}^{(2)}$ est finie, toute la partie divergente de $\Lambda_\mu^{(2)}$ étant contenue dans $\Lambda_\mu^{(2)}(\boldsymbol{pp})$.

Ainsi :

$$\Gamma_{\mu f}^{(2)}(\boldsymbol{p'p}) = u_2\, \gamma'_\mu + \Lambda_{\mu f}^{(2)}(\boldsymbol{p'p}\gamma). \tag{26}$$

De même, pour un hypéron $\Sigma^\pm$:

$$\Gamma_{\Sigma\mu}^{(2)}(\boldsymbol{p'p}) = v_2\, \gamma'_{\Sigma\mu} + \Lambda_{\mu f \Sigma}^{(2)}(\boldsymbol{p'p}\gamma). \tag{27}$$

III. **Renormalisation.** — Nous avons admis jusqu'ici que les constantes g, λ de l'interaction (1) sont les constantes « nues » et qu'elles sont pourtant bien connues. Nous avons alors calculé au 2e ordre les effets de l'habillage par l'interaction en prenant un cut-off. Adoptons maintenant le point de vue classique de la renormalisation où les constantes nues sont inconnues et doivent être exprimées en fonction des constantes renormalisées.

$\Sigma(\boldsymbol{p})$ étant la somme de toutes les contributions à la matrice S de tous les diagrammes « propres » de self-énergie, on a toujours :

$$S'^{-1}(\boldsymbol{p}) = S^{-1}(\boldsymbol{p}) - \Sigma(\boldsymbol{p}) \tag{28}$$

pour le nucléon et pour l'hypéron Σ.

D'autre part, considérons les diagrammes propres de vertex à tous les ordres obtenus, soit en insérant des diagrammes du type figure 6 à un vertex, soit

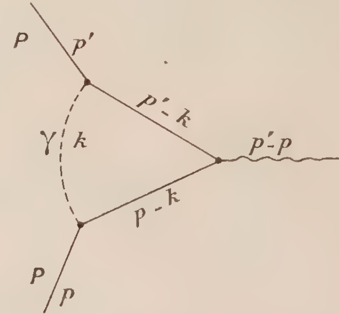


Fig. 7.

en insérant le diagramme figure 7 d'interactions électromagnétiques [1]. On a par exemple avec 6*a* :

$$\Lambda_\mu^{(2a)}(\boldsymbol{p'p}) = \frac{2g^2}{(2\pi)^4}\int (1 + \lambda\gamma_5)\, S(\boldsymbol{p'} - \boldsymbol{k}, M_\Sigma)\, i\gamma_\mu$$
$$S(\boldsymbol{p} - \boldsymbol{k}, M_\Sigma)\,(1 - \lambda\gamma_5)\,\Delta(\boldsymbol{k}M_K)\, \mathrm{d}^4\boldsymbol{k}$$

qui présente une divergence log, et apporte à S la contribution :

$$S^{(2a)} \propto e\bar{u}(\boldsymbol{p'})\,\Lambda_\mu^{(2a)}(\boldsymbol{p'p})\,u(\boldsymbol{p}).$$

Faisant passer à gauche l'opérateur $i\boldsymbol{\gamma p'}$ de $S(\boldsymbol{p'} - \boldsymbol{k}, M_\Sigma)$, à droite $i\boldsymbol{\gamma p}$ de $S(\boldsymbol{p} - \boldsymbol{k}, M_\Sigma)$ et tenant compte de :

$$(i\boldsymbol{\gamma p} - M)\, u(\boldsymbol{p}) = 0$$

On obtenait [2] :

$$\Lambda_\mu^{(2a)}(\boldsymbol{p'p}) = C^{(2a)}\gamma_\mu + C_1^{(2a)}\gamma_5\gamma_\mu + \Lambda_{\mu f}^{(2a)}(\boldsymbol{p'p}) \tag{29}$$

$$\Lambda_{\mu f}^{(2a)}(\boldsymbol{p'p})$$

pouvant être choisi de manière que

$$\Lambda_{\mu f}^{(2a)}(\boldsymbol{pp}) = 0$$

Ceci se généralise à un diagramme d'ordre $2n + 1$ de type 6, $C\gamma_\mu + C_1\gamma_5\gamma_\mu$ provenant de $(1 \pm \lambda\gamma_5)^{2n}\gamma_\mu$, $(1 \pm \lambda\gamma_5)^{2n-2}\gamma_\mu$, etc..., et à un diagramme mixte de type 6 et 7. Si ce diagramme V est connecté à des lignes intérieures on ne peut plus opérer comme ci-dessus avec $i\boldsymbol{\gamma p'}$, $i\boldsymbol{\gamma p}$ mais :

$$\Lambda_\mu(V, \boldsymbol{p'p}) = \Lambda_\mu(V, \boldsymbol{p_l p_l}) + \Lambda_{\mu f}(V, \boldsymbol{p'p})$$

[1] La renormalisation de charge due à l'interaction (1) et celle due à l'interaction électromagnétique sont ainsi pour le moment effectuées simultanément.

[2] On avait : $C^{(2a)}\gamma_\mu + C^{(2a)}\gamma_5\gamma_\mu \equiv L^{2a}(1 + \lambda\gamma_5)^2\gamma_\mu$.

où :

$$\Lambda_{\mu f}(V\boldsymbol{p}_l\boldsymbol{p}_l) = 0 \quad \text{pour :} \quad \boldsymbol{p}' = \boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}_l$$

et :

$$\Lambda_\mu(V, \boldsymbol{p}_l\boldsymbol{p}_l) = C(V)\,\gamma_\mu + C_1(V)\gamma_5\,\gamma_\mu.$$

Au total, on a donc une relation du type (29) pour $\Lambda_\mu(\boldsymbol{p}'\boldsymbol{p})$. D'autre part si $\Lambda_\mu(\boldsymbol{p}) \equiv \Lambda_\mu(\boldsymbol{p},\boldsymbol{p})$ on a toujours l'identité de Ward :

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial p_\mu} = -\,i\Lambda_\mu(\boldsymbol{p}). \tag{30}$$

De (28) et (30) on déduit

$$\frac{\partial}{\partial p_\mu} S'^{-1}(\boldsymbol{p}) = i[\gamma_\mu + \Lambda_\mu(\boldsymbol{p})] = i\Gamma_\mu(\boldsymbol{p})$$

$$S'^{-1}(\boldsymbol{p}) - S'^{-1}(\boldsymbol{p}_l) = i\int_{\mathbf{p}_l}^{\mathbf{p}} \mathrm{d}q_\mu\,\Gamma_\mu(\boldsymbol{q}) \tag{31}$$

$$= i\int_0^1 \mathrm{d}x(p_\mu - p_{l\mu})\,\Gamma_\mu(\boldsymbol{q}^x)$$

en prenant le paramètre x :

$$\boldsymbol{q}^x = x\boldsymbol{p} + (1-x)\boldsymbol{p}_l.$$

Nous essayons de définir les quantités renormalisées $g_r, \lambda_r, e_r, S'_r, S'_r(\Sigma), \Delta'_r$ que nous substituons à $g, \lambda, e, S', S'(\Sigma), \Delta'$ aux seconds membres des équations (31) pour nucléon et Σ, après les avoir convenablement modifiés. Avec cette modification, le premier membre est remplacé par :

$$S_r'^{-1}(\boldsymbol{p}) - S_r'^{-1}(\boldsymbol{p}_l)$$

et les équations (31) deviennent des équations intégrales définissant S'_r, $S'_r(\Sigma)$ et Δ'_r ; il faut évidemment y joindre l'équation analogue à (31) pour $\Delta'(k)$:

$$\Delta'^{-1}(\boldsymbol{k}) - \Delta'^{-1}(\boldsymbol{k}_l) = i\int_{\mathbf{k}_l}^{\mathbf{k}} \mathrm{d}k_\mu\,W_\mu(\boldsymbol{k}).$$

Comme en électromagnétisme nous définissons :

$$\Gamma_{\mu r} \equiv \gamma_\mu + \Lambda_\mu(\boldsymbol{p}'\boldsymbol{p},\, g_r\,\lambda_r\,e_r\ldots) - \Lambda_\mu(\boldsymbol{p}_l\,\boldsymbol{p}_l,\, g_r\,\gamma_r\,e_r\ldots) \tag{32}$$

pour le substituer à Γ_μ au 2e membre de (31), cette expression (32) ne contenant plus de terme divergent. Mais ici $\Gamma_{\mu r}$, comme Γ_μ, est la somme d'un vecteur et d'un pseudo-vecteur. En principe, il faudrait définir les constantes nues g, λ, $e = ke_r$ de manière que :

$$\Gamma_{\mu r} = U\Gamma_\mu \quad (k,\, U \text{ constantes de renormalisation}) \tag{33}$$

$$\gamma_\mu + \Lambda_{\mu f}(g_r\,\lambda_r\,e_r\ldots) - \Lambda^l_{\mu f}(g_r\,\lambda_r\,e_r\ldots)$$
$$= U[\gamma_\mu + C\gamma_\mu + C_1\gamma_5\,\gamma_\mu + \Lambda_{\mu f}(g\,\lambda\,e\ldots)]$$
$$(\text{où} \quad \Lambda^l_{\mu f} \equiv \Lambda_{\mu f}(\boldsymbol{p}_l\,\boldsymbol{p}_l)).$$

Le premier membre de cette relation, en particulier le rapport des termes pseudo-vectoriel et vectoriel qui s'y trouvent, ne dépend pas du cut-off ; le rapport des termes analogues au second membre, en dépend par $\dfrac{C_1}{1+C}$ et par le choix de λ.

On ne peut donc pas satisfaire à (33) ; ainsi pour $\boldsymbol{p}' = \boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}_l$ le premier membre se réduit à γ_μ, le second à : $U[\gamma_\mu + C\gamma_\mu + C_1\,\gamma_5\,\gamma_\mu]$ où $C_1 \neq 0$ quel que soit $\lambda \neq 0$.

Ceci nous conduit à remplacer la relation (33) par :

$$\Gamma_\mu(g, \lambda, e\ldots) = U^{-1}\,\mathrm{e}^{a\gamma_5}\,\Gamma_{\mu r}(g_r, \lambda_r, e_r\ldots)\,\mathrm{e}^{-a\gamma_5} \tag{34}$$

qui contient la constante a supplémentaire. Il faut d'ailleurs éventuellement remplacer $e^{a\gamma_5}$ par $\gamma_5\,\mathrm{e}^{a\gamma_5}$ d'après les résultats du § II, c'est-à-dire que :

$$\Gamma_\mu = U^{-1}(\alpha + \alpha_1\,\gamma_5)\,\Gamma_{\mu r}(\alpha - \alpha_1\,\gamma_5) \tag{34b}$$

avec : $\alpha^2 - \alpha_1^2 = \pm 1$ en général.

Nous inspirant des résultats du § II nous poserons de même :

$$\Gamma_\mu(\Sigma, g\,\lambda\,e\ldots) = V^{-1}\,\mathrm{e}^{b\gamma_5}\,\Gamma_{\mu r}(\Sigma, g_r, \lambda_r, e_r\ldots)\,\mathrm{e}^{-b\gamma_5} \tag{35}$$

$$\begin{cases} S'(\boldsymbol{p}, g\ldots) = U\,\mathrm{e}^{a\gamma_5}\,S'_r(\boldsymbol{p}, g_r\ldots)\,\mathrm{e}^{-a\gamma_5} \\ S'(\varepsilon\boldsymbol{p}, g\ldots) = V\,\mathrm{e}^{b\gamma_5}\,S'_r(\Sigma\boldsymbol{p}, g_r\ldots)\,\mathrm{e}^{-b\gamma_5} \\ \Delta'(\boldsymbol{p}, g\ldots) = W\,\Delta'_r(\boldsymbol{k}, g_r\ldots). \end{cases} \tag{36}$$

Enfin, les opérateurs vertex pour l'interaction (1) doivent être aussi renormalisés ; si le diagramme 5 ci-dessus est interdit par la conservation de

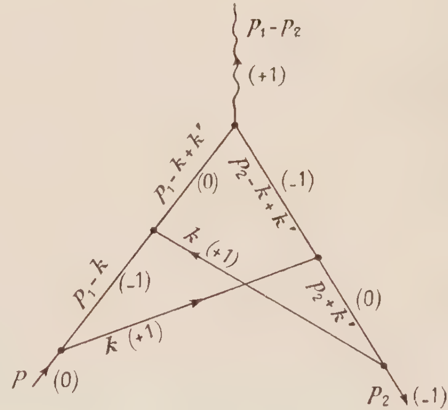


Fig. 8.

l'étrangeté, il existe des diagrammes permis d'ordre supérieur à 3, comme celui de la figure 8 d'ordre 5.

Ainsi :

$$\begin{cases} \Gamma^{(+)}(\boldsymbol{p}_1\,\boldsymbol{p}_2) = 1 + \lambda\gamma_5 + \sum_i G^{(+)}(\boldsymbol{p}_1\,\boldsymbol{p}_2, V_i) \\ \Gamma^{(-)}(\boldsymbol{p}_1\,\boldsymbol{p}_2) = 1 - \lambda\gamma_5 + \sum_i G^{(-)}(\boldsymbol{p}_1\,\boldsymbol{p}_2, V_i) \end{cases} \tag{37}$$

et l'on en déduit des expressions convergentes en retranchant :

$$\sum_i G^{(\pm)}(\boldsymbol{p}_{1l}, \boldsymbol{p}_{2l}, V_i) \tag{1}$$

où les lignes terminales sont remplacées par des lignes externes

$$\left\{\begin{array}{l}\Gamma_r^{(+)}(\boldsymbol{p}_1 \boldsymbol{p}_2, g_r \lambda_r) = 1 + \lambda_r \gamma_5 \\ \quad + G^{(+)}(\boldsymbol{p}_1 \boldsymbol{p}_2, g_r \lambda_r) - G^{(+)}(\boldsymbol{p}_{1l} \boldsymbol{p}_{2l}, g_r \lambda_r) \\ \Gamma_r^{(-)}(\boldsymbol{p}_1 \boldsymbol{p}_2, g_r \lambda_r) = 1 - \lambda_r \gamma_5 \\ \quad + G^{(-)}(\boldsymbol{p}_1 \boldsymbol{p}_2, g_r, \lambda_r) - G^{(-)}(\boldsymbol{p}_{1l} \boldsymbol{p}_{2l}, g_r \lambda_r).\end{array}\right. \tag{38}$$

Chaque ligne interne Σ va d'un vertex $\Gamma^{(-)}$ à un vertex $\Gamma^{(+)}$ il lui correspond le propagateur :

$$S'(\Sigma) \propto e^{b\gamma_5} S'_r(\Sigma) e^{-b\gamma_5}$$

$$\Gamma^{(+)} S'(\Sigma) \Gamma^{(-)} = \Gamma^{(+)} e^{b\gamma_5} S'_r(\Sigma) e^{-b\gamma_5} \Gamma^{(-)}.$$

De même :

$$\Gamma^{(-)} S' \Gamma^{(+)} = \Gamma^{(-)} e^{a\gamma_5} S'_r e^{-a\gamma_5} \Gamma^{(+)}.$$

On obtient alors une relation constante entre expressions normalisées et non renormalisées en posant :

$$\left\{\begin{array}{ll}(39a) & \Gamma^{(+)} = Z^{-1} e^{a\gamma_5} \Gamma_r^{(+)} e^{-b\gamma_5} \\ (39b) & \Gamma^{(-)} = Z^{-1} e^{b\gamma_5} \Gamma_r^{(-)} e^{-a\gamma_5}\end{array}\right. \tag{39}$$

A priori, il faudrait introduire des constantes différentes Z_+, Z_- dans (39*a*) et (39*b*). Mais nous avons admis dans (38) que $\Gamma_r^{(-)}$ se déduit de $\Gamma_r^{(+)}$ par le changement de γ_5 en $-\gamma_5$, c'est-à-dire que l'interaction (1) renormalisée reste hermitique ; $\Gamma^{(-)}$ se déduisant de $\Gamma^{(+)}$ de la même manière, il faut que :

$$Z_+ = Z_- = Z \qquad \text{dans (39)}$$

Considérons le terme de $\Gamma^{(-)}$ provenant du graphe figure 8 par exemple, il s'obtient en remplaçant dans :

$$g u_\Sigma(\boldsymbol{p}_2)\,(1 - \lambda\gamma_5)\, u(\boldsymbol{p}_1)\, \varphi^*(\boldsymbol{p}_1 - \boldsymbol{p}_2),$$

$$g(1 - \lambda\gamma_5) \quad \text{par :}$$

$$g \cdot g^4(1 - \lambda\gamma_5)\, S(1 + \lambda\gamma_5)\, S(\Sigma)\, (1 - \lambda\gamma_5)\, S(1 + \lambda\gamma_5)\, S(\Sigma)\, (1 - \lambda\gamma_5)\, \Delta\Delta$$

ou en passant aux expressions S', Γ, pour les particules « habillées » :

$$g g^4\, \Gamma^{(-)} S' \Gamma^{(+)} S'(\Sigma) \Gamma^{(-)} S' \Gamma^{(+)} S'(\Sigma) \Gamma^{(-)} \Delta'\Delta'.$$

Après division par g, et posant :

$$g_r = zg$$

$$z^{-4} g_r^4 Z^{-5} U^2 V^2 W^2 \Delta'_r \Delta'_r e^{b\gamma_5} \Gamma_r^{(-)} S'_r \Gamma_r^{(+)} S'_r(\Sigma) \Gamma_r^{(-)} S'_r \Gamma_r^{(+)} S'(\Sigma) \Gamma_r^{(-)} e^{-a\gamma_5}.$$

En général, pour un vertex d'ordre $2n + 1$ de ce type :

$$\mathrm{S}(V) = z^{-2n} Z^{-(2n+1)} U^n V^n W^n e^{b\gamma_5} \mathrm{S}_r(V) e^{-a\gamma_5}.$$

Cette relation doit être la même quel que soit (V). Pour qu'il en soit ainsi, il faut et suffit que :

$$z = Z^{-1} U^{1/2} V^{1/2} W^{1/2} \tag{40}$$

et elle est alors la même que (39*b*). — De même pour un diagramme de type $\Gamma^{(+)}$ on a (39*a*).

Dans (37), exprimant $G^{(\pm)}$ $(p_1, p_2, g\lambda)$ en fonction de g_r, λ_r et remplaçant $\Gamma^{(\pm)}$ en fonction de $\Gamma_r^{(\pm)}$ à l'aide de (39) il vient :

$$\Gamma_r^{(+)} = Z e^{-a\gamma_5}(1 + \lambda\gamma_5) e^{b\gamma_5} + G^{(+)}(\boldsymbol{p}_1 \boldsymbol{p}_2\, g_r \lambda_r)$$

$$\Gamma_r^{(-)} = Z e^{-b\gamma_5}(1 - \lambda\gamma_5) e^{a\gamma_5} + G^{(-)}(\boldsymbol{p}_1 \boldsymbol{p}_2\, g_r \lambda_r).$$

Comparant à (38) :

$$\left\{\begin{array}{l}Z e^{-a\gamma_5}(1 + \lambda\gamma_5) e^{b\gamma_5} = 1 + \lambda_r \gamma_5 - G^{(+)}(\boldsymbol{p}_{1l} \boldsymbol{p}_{2l}, g_r \lambda_r) \\ Z e^{-b\gamma_5}(1 - \lambda\gamma_5) e^{a\gamma_5} = 1 - \lambda_r \gamma_5 - G^{(-)}(\boldsymbol{p}_{1l} \boldsymbol{p}_{2l}, g_r \lambda_r)\end{array}\right.$$

donnent Z et λ. Pour des raisons de covariance :

$$G^{(+)}(\boldsymbol{p}_{1l} \boldsymbol{p}_{2l}\, g_r \lambda_r) = A + A_1 \gamma_5 \quad \text{où} \quad A = a + a' \boldsymbol{p}_{1l} \boldsymbol{p}_{2l}$$

$$G^{(-)}(\boldsymbol{p}_{1l} \boldsymbol{p}_{2l}\, g_r \lambda_r) = A - A_1 \gamma_5 \qquad A_1 = a_1 + a'_1 \boldsymbol{p}_{1l} \boldsymbol{p}_2,$$

Remplaçant $e^{\pm a\gamma_5}$, $e^{\pm b\gamma_5}$ par les expressions générales (34*b*) :

$$\left\{\begin{array}{l}Z[\lambda(\alpha\beta_1 - \alpha_1 \beta) + \alpha\beta - \alpha_1 \beta_1] = 1 - A \\ Z[\lambda(\alpha\beta - \alpha_1 \beta_1) + \alpha\beta_1 - \alpha_1 \beta] = \lambda_r - A_1.\end{array}\right. \tag{41}$$

De même, partant de la définition :

$$\Gamma_\mu(ge \ldots) = \gamma_\mu + \Lambda_\mu(ge \ldots) \tag{42}$$

nous cherchons à exprimer chaque terme de $\Lambda_\mu(ge)$ en fonction des expressions renormalisées g_r, e_r, λ_r, S'_r, $S'_r(\Sigma)$, etc.... Ainsi avec les expressions pour les particules habillées :

$$\Lambda_\mu^{(2a)}(ge\,\lambda \ldots) \propto g^2\, \Gamma^{(+)} S'(\Sigma)\, \Gamma_\mu(\Sigma)\, S'(\Sigma)\, \Gamma^{(-)} \Delta'$$

$$\propto z^{-2} g_r^2 Z^{-2}\, VVWV^{-1} e^{a\gamma_5} \Gamma_r^{(+)} S'_r(\Sigma)\, \Gamma_{\mu r}(\Sigma)\, S'_r(\Sigma)\, \Gamma_r^{(-)} e^{-a\gamma_5} \Delta'_r$$

compte tenu de (35, 36, 39).

$$\Lambda_\mu^{(2a)}(ge\,\lambda \ldots) = U^{-1} e^{a\gamma_5} \Lambda_\mu^{(2a)}(g_r e_r \lambda_r \ldots) e^{-a\gamma_5}. \tag{43}$$

Maintenant limitons-nous à des diagrammes vertex V_{2n} contenant $2n$ vertex $\Gamma^{(\pm)}$ de l'interaction (1) et *un seul* Γ_μ de l'interaction électromagnétique : nous effectuons *seulement la renormalisation due à* (1) en laissant de côté la renormalisation électromagnétique ; alors e n'a pas à être modifié. L'analyse du terme associé à V_{2n} pour un nucléon (lignes externes de nucléons) montre que (43) est toujours vérifiée.

De même pour le Σ :

$$\Lambda_\mu(\Sigma\, g\, \lambda\, e \ldots) = V^{-1} e^{b\gamma_5} \Lambda_\mu(\Sigma\, g_r\, \lambda_r\, e \ldots) e^{-b\gamma_5}.$$

Dans (42) pour un nucléon, exprimant Λ_μ $(g\lambda\ldots)$ en fonction de g_r, λ_r, et remplaçant Γ_μ en fonction de $\Gamma_{\mu r}$ à l'aide de (34) nous obtenons :

$$\Gamma_{\mu r} = U e^{-a\gamma_5} \gamma_\mu e^{a\gamma_5} + \Lambda_\mu(g_r, \lambda_r \ldots).$$

Comparant à (32)

$$U e^{-a\gamma_5} \gamma_\mu e^{a\gamma_5} = \gamma_\mu - \Lambda_\mu(\boldsymbol{p}_l \boldsymbol{p}_l\, g_r \lambda_r \ldots) \tag{44}$$

définit en principe U et a en fonction des cons-

tantes C_r, C_{1r} un cut-off ayant été choisi — (les calculs de tous les graphes étant effectués *avec les constantes* g_r, λ_r *renormalisées*).

$$U(\alpha - 2\alpha_1 \gamma_5)\gamma_\mu = (1 - C_r)\gamma_\mu - C_{1r}\gamma_5\gamma_\mu$$

$$U^2 = \left|(1 - C_r)^2 - \frac{C_{1r}^2}{4}\right|; \qquad \alpha = \frac{1 - C_r}{U}, \qquad \alpha_1 = \frac{C_{1r}}{2U}.$$

Vérifions la compatibilité de ces relations avec les équations intégales (31) et les nouvelles équations intégrales qui les remplacent pour les expressions renormalisées.

(31) pour le nucléon a été remplacée par :

$$S_r'^{-1}(\boldsymbol{p}) - S_r'^{-1}(\boldsymbol{p}_l) = i\int \mathrm{d}q_\mu[\gamma_\mu + \Lambda_\mu(\boldsymbol{q}g_r) - \Lambda_\mu(\boldsymbol{p}_l\, g_r)]$$

$$= i\int \mathrm{d}q_\mu[\Lambda_\mu(\boldsymbol{q}g_r) + U\,\mathrm{e}^{-a\gamma_5}\gamma_\mu\,\mathrm{e}^{a\gamma_5}] \tag{45}$$

compte tenu de (44).

Cette équation intégrale est bien compatible avec (31) et les relations (36), puisque avec (43) :

$$S_r'^{-1}(\boldsymbol{p}) - S_r'^{-1}(\boldsymbol{p}_l)$$

$$= i\int \mathrm{d}q_\mu[U\,\mathrm{e}^{-a\gamma_5}\Lambda_\mu(\boldsymbol{q}g)\,\mathrm{e}^{a\gamma_5} + U\,\mathrm{e}^{-a\gamma_5}\gamma_\mu\,\mathrm{e}^{a\gamma_5}]$$

est équivalente à (31) compte tenu de (36) qui s'écrit aussi :

$$S'^{-1} = U^{-1}\,\mathrm{e}^{a\gamma_5}\,S_r'^{-1}\,\mathrm{e}^{-a\gamma_5}.$$

Rappelons que $\boldsymbol{p}_l$ est un quadrivecteur $\boldsymbol{p}$ fixé tel que $\boldsymbol{p}_l^2 = -M^2$, correspondant à une ligne externe ; la particule nue dans cet état est représentée par $\psi(\boldsymbol{p}_l)$ tel que :

$$S^{-1}(\boldsymbol{p}_l)\,\psi(\boldsymbol{p}_l) = 0.$$

La relation :

$$\frac{\partial}{\partial p_\mu} S_r'^{-1}(\boldsymbol{p}) = i\Gamma_{\mu r}$$

peut aussi s'intégrer par :

$$S_r'^{-1}(\boldsymbol{p}) = \mathrm{Cte} + i\gamma\boldsymbol{p} + i\int_0^{\boldsymbol{p}} [\Lambda_\mu(\boldsymbol{q}g_r) - \Lambda_\mu(\boldsymbol{p}_l\, g_r)]\,\mathrm{d}q_\mu$$

d'où :

$$S_r'^{-1}(\boldsymbol{p}_l) = \mathrm{Cte} + i\gamma\boldsymbol{p}_l + i\int_0^{\boldsymbol{p}_l} [\Lambda_\mu(\boldsymbol{q}g_r) - \Lambda_\mu(\boldsymbol{p}_l\, g_r)]\,\mathrm{d}q_\mu.$$

On peut alors choisir la constante pour que :

$$S_r'^{-1}(\boldsymbol{p}_l) = i\gamma\boldsymbol{p}_l - M \equiv S^{-1}(\boldsymbol{p}_l) \tag{46}$$

en prenant : $\mathrm{Cte} + i\int_0^{\boldsymbol{p}_l}\mathrm{d}q_\mu[\ ] = -M$ (renormalisation de masse), d'où :

$$S_r'^{-1}(\boldsymbol{p}) = S^{-1}(\boldsymbol{p}) + i\int_{\boldsymbol{p}_l}^{\boldsymbol{p}} \mathrm{d}q_\mu[\Lambda_\mu(\boldsymbol{q}g_r) - \Lambda_\mu(\boldsymbol{p}_l\, g_r)]. \tag{47}$$

La possibilité de ce choix résulte du fait que :

$$\frac{\partial}{\partial p_\mu} S_r'^{-1}(\boldsymbol{p})\Big|_{\boldsymbol{p}=\boldsymbol{p}_l} = \frac{\partial}{\partial p_\mu} S^{-1}(\boldsymbol{p})\Big|_{\boldsymbol{p}=\boldsymbol{p}_l}.$$

Par contre, cette relation n'est pas vérifiée par $S'^{-1}(\boldsymbol{p})$. D'après (36) et (47) :

$$S'(\boldsymbol{p}_l) = U\,\mathrm{e}^{a\gamma_5}\,S(\boldsymbol{p}_l)\,\mathrm{e}^{-a\gamma_5}$$

de sorte que $\psi'(\boldsymbol{p}_l)$ satisfaisant à :

$$S'^{-1}(\boldsymbol{p}_l)\,\psi'(\boldsymbol{p}_l) = 0$$

est : $\psi'(\boldsymbol{p}_l) \propto \mathrm{e}^{a\gamma_5}\,\psi(\boldsymbol{p}_l)$ en accord avec le § II.

Pour retrouver (36) à partir des relations de commutation, il faut prendre :

$$\psi'(\boldsymbol{p}_l) = U^{1/2}\,\mathrm{e}^{a\gamma_5}\,\psi_r'(\boldsymbol{p}_l) \tag{48}$$

c'est-à-dire que : $\psi_r'(\boldsymbol{p}_l) \propto \psi(\boldsymbol{p}_l)$.

On a évidemment les mêmes résultats avec l'hypéron Σ, pour $S_r'(\Sigma)$ en remplaçant U, a par V, b, b pouvant être calculé à partir de $C_r(\Sigma)$, $C_{1r}(\Sigma)$.

Si l'on prend $M_\Sigma = M$, on a d'ailleurs :

$$C_r(\Sigma) = C_r, \qquad C_{1r}(\Sigma) = -C_{1r}.$$

$$V = U, \quad \alpha = \beta \quad \beta_1 = -\alpha_1 \quad (b = -a).$$

D'une manière générale, les constantes Ua et Vb ne sont pas indépendantes puisqu'on passe de C_r, C_{1r}, à $C_1(\Sigma)$, $C_{1r}(\Sigma)$par $M \leftrightarrows M_\Sigma$ et $\lambda_r \rightarrow -\lambda_r$ (ou $\gamma_5 \rightarrow -\gamma_5$).

Pour $\Delta_r'(k)$ on a la même analyse qu'avec une interaction conservant la parité.

Avec (34), (35), (36), (39), (48) et les relations analogues pour Σ, K :

$$\psi'(\Sigma\boldsymbol{p}_l) = V^{1/2}\,\mathrm{e}^{b\gamma_5}\,\psi_r(\Sigma\boldsymbol{p}_l)$$

$$\varphi'(\boldsymbol{k}_l) = W^{1/2}\,\varphi_r'(\boldsymbol{k}_l)$$

toutes les constantes de renormalisation disparaissent de l'expression d'un élément de matrice $\mathcal{S}$ en fonction des grandeurs renormaisées.

Ainsi pour un vertex simple de (1) :

$$g\bar{\psi}'(\Sigma\boldsymbol{p}_2)\,\Gamma^{(-)}\,\psi'(\boldsymbol{p}_1)\,\varphi'^*(\boldsymbol{p}_1 - \boldsymbol{p}_2)$$

$$= g_r\,\bar{\psi}_r'(\Sigma\boldsymbol{p}_2)\,\Gamma_r^{(-)}\,\psi_r'(\boldsymbol{p}_1)\,\varphi_r'^*(\boldsymbol{p}_1 - \boldsymbol{p}_2$$

compte tenu de ces relations et de (40). De même :

$$e\bar{\psi}'(\boldsymbol{p}_2)\,\Gamma_\mu\,\psi'(\boldsymbol{p}_1) = e\bar{\psi}_r'(\boldsymbol{p}_2)\,\Gamma_{\mu r}\,\psi_r'(\boldsymbol{p}_1)$$

pour un vertex électromagnétique simple.

Cas singulier où $\lambda = \pm 1$.

Si

$$\lambda_r = 1, \quad C_{1r} = C_r, \quad C_{1r}(\Sigma) = -C_r(\Sigma) \tag{49}$$

$A_1 = A$ dans l'expression de $G^{(\pm)}$.

D'après (41) on a alors aussi $\lambda = 1$.

De même si $\lambda_r = -1$ $A_1 = -A$ et $\lambda = -1$.

Ce résultat provient évidemment de l'invariance par γ_5 de l'intéraction (1) valable à tous les ordres.

On a alors aussi des relations particulières entre α, α_1 et β, β_1 à cause de (49).

Conclusion. — Avec la renormalisation, le résultat de § II que Σ n'a pas une parité bien définie par rapport au nucléon disparaît. D'après (48) d'ailleurs, les particules « habillées » une fois la renormalisation effectuée, ont aussi une parité bien définie par rapport aux particules nues. A vrai dire, cette dernière affirmation n'a pas beaucoup de sens en raison de l'arbitraire sur les γ_μ qui résulte de la possibilité des transformations canoniques (I, II), et de l'impossibilité d'observer les champs nus.

La méthode que nous avons utilisée est sensiblement la même que celle de d'Espagnat et Prentki [2]. Certaines de nos relations sont différentes, mais nos résultats analogues.

Les contradictions signalées par Sekine [3] qui utilise la méthode de Källen n'apparaissent pas ici.

Nous remercions MM. J. Lascoux et P. Sergent de notre laboratoire, ainsi que MM. Omnes et Stora pour d'intéressantes discussions.

D'autre part, l'atmosphère du séminaire de Physique théorique de l'École Normale Supérieure, dirigé par le Pr M. Lévy, a été très stimulante pour nous.

Enfin c'est l'appui financier du Centre National de la Recherche Scientifique qui nous a permis d'effectuer ce travail, comme il nous a permis de donner tout notre temps à nos recherches précédentes.

Manuscrit reçu le 3 octobre 1959.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Soloviev, *Nucl. Phys.*, 1958, **6**, 618 ; *JETP*, 1957, **33**, 537, 796.

[2] d'Espagnat (B.) et Prentki (J.), *Nuovo Cimento*, 1957, **6**, 1129.

[3] Sekine (K.), *Nuovo Cimento*, 1959, **11**, 87.

INTERACTIONS ENTRE MATIÈRE ET RAYONNEMENT EN THÉORIE FONCTIONNELLE

Par M. PHAM XUÂN YÊM,
Physique mathématique, Institut Henri-Poincaré.

Résumé. — Les interactions entre un électron et plusieurs photons se manifestent par les termes de couplage qui figurent dans les équations de ces deux classes de corpuscules : l'intervention de l'électron dans les équations électromagnétiques des photons est due à ses moments électrique, magnétique et à ses densités de charge et de courant. En revanche, les potentiels créés par les photons agissent sur le mouvement de l'électron.

Abstract. — The interactions between an electron and many photons are expressed by the terms of coupling in the equations of those two types of particles : the action of the electron is represented in the electromagnetic equations of the photons in terms of electric and magnetic moments and in charge and current densities. Conversely, the potentials created by the photons will react upon the movement of the electron.

1. Introduction. — Le problème des interactions entre le rayonnement et la matière ou plus précisément la théorie de l'électron en interaction avec le champ électromagnétique — l'objet de l'électrodynamique quantique — peut être traitée dans le formalisme de la Théorie quantique des champs de MM. Pauli et Heisenberg [1]. Se plaçant à un point de vue assez différent, M. Louis de Broglie dans sa Mécanique ondulatoire du photon a montré comment la Théorie de la lumière et en particulier la question d'interaction entre le photon et l'électron vient trouver sa place dans le cadre général de la Mécanique ondulatoire [2].

Mais cette théorie est incomplète dans le sens que ses équations sont linéaires d'où dérivent des difficultés [3] et que la notion de système physique dû par un découpage artificiel de l'Univers n'est pas très satisfaisante [3].

La Théorie fonctionnelle apparaît alors comme une théorie meilleure que la Mécanique quantique actuelle en vertu de la représentation fonctionnelle des corpuscules et de la non-linéarité de ses équations [3].

C'est donc dans le cadre général de cette nouvelle théorie que nous nous proposons d'étudier le problème des interactions entre le rayonnement et la matière [4].

2. Interactions entre un photon et un électron. — Avant d'aborder le cas d'un électron en interaction avec un nombre immense de photons, nous étudions le cas d'un électron et d'un photon, ce qui donne les effets du 1er ordre comme l'émission et l'absorption de la lumière, l'effet photoélectrique et les effets du 2e ordre comme l'effet Compton. En Théorie fonctionnelle, l'électron est représenté par l'onde physique u_e et le photon par u_p. Ils obéissent respectivement à des équations non linéaires :

$$\mathfrak{L}_{(e)}\, u_e = Q_e \qquad \text{(I)}$$

$$\mathfrak{L}_{(p)}\, u_p = Q_p \qquad \text{(II)}$$

où $\mathfrak{L}_{(e)}$ et Q_e dépendent de u_p, $\mathfrak{L}_{(p)}$ et Q_p dépendent de u_e.

L'équation (I) s'écrit :

$$\mathfrak{L}_{(e)0}\, u_e + \frac{e}{c}(\mathcal{V} + \boldsymbol{\alpha}.\mathcal{A})\, u_e = Q_e$$

où $\mathfrak{L}_{(e)0}\, \psi = 0$ est l'équation de l'électron libre de Dirac.

Si nous portons notre attention sur le terme perturbateur

$$H = \frac{e}{c}(\mathcal{V} + \boldsymbol{\alpha}.\mathcal{A})\, u_e$$

où $\mathcal{V}$ et $\mathcal{A}$ sont calculés à partir des u_p, il nous renseigne sur la transition d'un état maxwellien du photon à son état annihilé (l'émission ou l'absorption) [5].

Mais les équations non linéaires du photon sont compliquées car elles nous conduisent aux polarisations du vide ainsi que les autocharges et les autocourants [6]. Pour nous dégager des complications dues au terme non linéaire Q_p, nous envisageons le cas de plusieurs photons, au lieu d'un seul, en interaction avec un électron.

3. Interactions entre un électron et plusieurs photons. — Considérons un système S formé par un électron et un grand nombre N de photons. L'hypothèse d'un grand nombre de photons mis en jeu est justifiée par le fait que dans l'état annihilé il y a toujours un nombre immense de photons susceptibles de donner lieu à des phénomènes

d'émission ; en électrodynamique aussi, on montre que l'état dans lequel se trouve un électron isolé est un état à nombre variable de photons : l'électron émet virtuellement des photons qu'il résorbe ensuite.

D'après un principe de la Théorie fonctionnelle des systèmes de corpuscules [7], chaque corpuscule C_j du système S est représenté par une fonction u_j qui obéit à une équation non linéaire :

$$\mathfrak{L}_j u_j = Q_j$$

où $\mathfrak{L}_j$ et Q_j dépendent des fonctions u_k représentant les autres corpuscules C_k de S.

Profondément différente de la Mécanique ondulatoire des systèmes de corpuscules de Schrödinger où l'espace de configuration remplace l'espace physique pour la description des phénomènes, la Théorie fonctionnelle dispose de $N + 1$ équations pour caractériser l'évolution du système considéré [7]. Entre ces équations — celle de l'électron et celles des photons — il y a des termes de couplage qui traduisent leurs influences mutuelles. Cependant l'idée d'une onde moyenne u_M des N photons sans interactions due à Mme F. Aeschlimann [8] nous permet de simplifier le problème puisqu'elle nous conduit à une équation linéaire.

En effet, Mme Aeschlimann a défini l'onde moyenne u_M pour N corpuscules de même espèce par :

$$u_M = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} u_i.$$

Comme les photons sont indépendants les uns des autres mais dépendent de l'électron tous de la même façon, les opérateurs $\mathfrak{L}_{(p)j}$ agissant sur les fonctions u_j sont les mêmes. Nous avons :

$$\mathfrak{L}_{(p)j} = \mathfrak{L}_{(p)}$$

$$\mathfrak{L}_{(p)} u_1 = Q_1$$

$$\mathfrak{L}_{(p)} u_2 = Q_2$$

$$\cdots\cdots\cdots$$

$$\mathfrak{L}_{(p)} u_N = Q_N$$

$$\mathfrak{L}_{(p)} \frac{u_1 + u_2 + \ldots + u_N}{N} = \frac{Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_N}{N}$$

$$\mathfrak{L}_{(p)} u_M = Q_M \quad \left(\text{avec } Q_M = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} Q_i\right).$$

Ceci posé, si les quatre conditions suivantes indiquées par M. Jean-Louis Destouches sont remplies [9] :

1) Les Q_i sont bornés.

2) Les corpuscules sont répartis dans un domaine grand devant D_i (D_i désigne l'ensemble des points pour lesquels $|Q_i| > \varepsilon$).

3) Il existe des sphères σ_i couvrant D_i.

4) Les centres de ces sphères sont répartis selon une densité de probabilité uniforme.

Alors, quand $N \to \infty$, le terme Q_M, avec une probabilité qui tend vers l'unité, est inférieur à un nombre arbitraire petit. Autrement dit, à la limite en probabilité, u_M obéit à une équation linéaire :

$$\mathfrak{L}_{(p)} u_M = 0.$$

Comme $\mathfrak{L}_{(p)}$ dépend de l'électron, nous posons :

$$\mathfrak{L}_{(p)} u_M = \mathfrak{L}_{(p)0} u_M + \mathfrak{N}(u_e, u_M)$$

où $\mathfrak{L}_{(p)0} u_j = Q_{j0}$ est l'équation du photon d'un système S_j formé par un unique photon, tandis que :

$$\mathfrak{L}_{(p)} u_j = Q_{jS}$$

est l'équation d'un photon C_j du système S. L'expression analytique $\mathfrak{N}(u_e, u_M)$ désigne l'influence de l'électron sur l'onde moyenne u_M des photons. L'équation $\mathfrak{L}_{(p)} u_M = 0$ s'explicite en deux groupes, chacun comprend seize équations [6] :

$$\begin{cases} \mathfrak{L}_{(p)A} u_M = \mathfrak{L}_{(p)0A} u_M + \mathfrak{N}_A(u_e, u_M) = 0 \\ \mathfrak{L}_{(p)B} u_M = \mathfrak{L}_{(p)0B} u_M + \mathfrak{N}_B(u_e, u_M) = 0 \end{cases} \quad \text{(III)}$$

avec

$$\mathfrak{L}_{(p)0A} = \mathfrak{L}_t + \mathfrak{L}_{A3} + \mathfrak{L}_{Am}$$

où

$$\mathfrak{L}_t = -\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}; \quad \mathfrak{L}_{A3} = \boldsymbol{a}.\nabla ; \quad \mathfrak{L}_{Am} = k\mu_0 c a_4$$

et

$$\mathfrak{L}_{(p)0B} = \mathfrak{L}_t + \mathfrak{L}_{B3} + \mathfrak{L}_{Bm}$$

$$\mathfrak{L}_t = -\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}; \quad \mathfrak{L}_{B3} = \boldsymbol{b}.\nabla ; \quad \mathfrak{L}_{Bm} = k\mu_0 c b_4.$$

Au lieu d'écrire les équations d'ondes (III), nous allons établir les équations électromagnétiques liées à u_M car certaines combinaisons linéaires des équations (III) nous donnent les équations électromagnétiques.

Définissons [6] les opérateurs de potentiel :

$$\boldsymbol{A} = -K\frac{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}}{2}; \qquad V = K\,1$$

et puis les autres opérateurs de champ $\boldsymbol{B}$ et $\boldsymbol{E}$ par :

$$\boldsymbol{B} = \textbf{rot}\,\boldsymbol{A}\,; \qquad \boldsymbol{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} - \text{grad}\,V.$$

De ces opérateurs, on définit les grandeurs électromagnétiques correspondantes [6] par :

$$\mathcal{A} = \Omega\,\boldsymbol{A} u_p\,; \qquad \mathcal{V} = \Omega\,V u_p\,;$$

$$\mathcal{B} = \Omega\,\boldsymbol{B} u_p\,; \qquad \mathcal{E} = \Omega\,\boldsymbol{E} u_p$$

où

$$\Omega f u_p =_d \sum_{i,k} K\,\delta_{ik}\,f u_{ik}.$$

Appelons $\mathcal{A}_j$ et $\mathcal{V}_j$ les potentiels produits par le photon C_j du système S, $\mathcal{A}_M$ et $\mathcal{V}_M$ les potentiels

dus à l'onde moyenne u_M. Comme les opérateurs $\boldsymbol{A}$ et V sont linéaires, nous pouvons écrire :

$$\mathcal{A}_M = \Omega \boldsymbol{A} u_M = \Omega \boldsymbol{A} \frac{1}{N} \sum_j u_j = \frac{1}{N} \sum_j \Omega \boldsymbol{A} u_j = \frac{1}{N} \sum_j \mathcal{A}_j.$$

De même :

$$\mathcal{V}_M = \frac{1}{N} \sum_j \mathcal{V}_j.$$

Champ et induction électrique [6]. — Appliquons les opérateurs $\boldsymbol{a}$ et $\boldsymbol{b}$ aux équations (III), puis l'opérateur Ω à la demi-somme des équations obtenues. En vertu des définitions et des propriétés précédentes, nous obtenons l'équation :

$$-\mathcal{E}_M + \frac{1}{2} k \mu_0 c \Omega(\boldsymbol{a}a_4 + \boldsymbol{b}b_4) u_M + \frac{1}{2} \Omega(\boldsymbol{a}\mathfrak{R}_A + \boldsymbol{b}\mathfrak{R}_B) = 0.$$

Posons :

$$\mathcal{D}_M = \frac{1}{2} k \mu_0 c \, \Omega(\boldsymbol{a}a_4 + \boldsymbol{b}b_4) u_M.$$

Nous avons :

$$\mathcal{D}_M = \mathcal{E}_M - \frac{1}{2} \Omega(\boldsymbol{a}\mathfrak{R}_A + \boldsymbol{b}\mathfrak{R}_B).$$

Le terme $-\frac{1}{2} \Omega(\boldsymbol{a}\mathfrak{R}_A + \boldsymbol{b}\mathfrak{R}_B)$ qui traduit l'influence de l'électron sur les photons est la densité du moment électrique propre $\mathcal{P}_e$ de l'électron. Nous avons :

$$\mathcal{D}_M = \mathcal{E}_M + \mathcal{P}_e$$

$\mathcal{P}_e$ se calcule en fonction des quatre composantes de la fonction u_e [10]

$$\mathcal{P}_e = \frac{e\hbar}{2m_0 c} u_e^* \, i\boldsymbol{\alpha}\alpha_4 \, u_e.$$

Champ et induction magnétique. — Des calculs et des raisonnements semblables nous conduisent à l'équation [6] suivante :

$$\mathcal{B}_M = \mathcal{H}_M + \mathcal{M}_e$$

où

$$\mathcal{M}_e = -\frac{1}{2i} \Omega(\boldsymbol{S}\mathfrak{R}_A + \boldsymbol{S}\mathfrak{R}_B).$$

Ce terme traduisant l'influence de l'électron sur les photons n'est autre que la densité du moment magnétique propre de l'électron. Il est donné par la formule [10]

$$\mathcal{M}_e = \frac{e\hbar}{2m_0 c} u_e^* \boldsymbol{s}\alpha_4 u_e.$$

Équation d'évolution de l'induction électrique [6] :

$$\frac{1}{c}\frac{\partial \mathcal{D}_M}{\partial t} = \text{rot}\, \mathcal{H}_M - k^2 \mu_0^2 c^2 \mathcal{A}_M - \boldsymbol{i}_e$$

où $\boldsymbol{i}_e = \frac{1}{2} k \mu_0 c \, \Omega(\boldsymbol{a}a_4 \mathfrak{R}_A + \boldsymbol{b}b_4 \mathfrak{R}_B)$ apparaît comme la densité de courant créée par l'électron. On connaît son expression [10]

$$\boldsymbol{i}_e = ecu_e^* \boldsymbol{\alpha} u_e.$$

Équation en divergence de l'induction électrique [6]

$$\text{div}\, \mathcal{D}_M = k^2 \mu_0^2 c^2 \mathcal{V}_M + \rho_e$$

où ρ_e est la densité de charge de l'électron [10]

$$\rho_e = e u_e^* u_e.$$

Condition de Lorentz sur les potentiels [6]

$$\frac{1}{c}\frac{\partial \mathcal{V}_M}{\partial t} + \text{div}\, \mathcal{A}_M = 0.$$

Pour que cette condition soit vérifiée, il faut que :

$$\Omega(\mathfrak{R}_A + \mathfrak{R}_B) = 0.$$

Enfin, en vertu des définitions de $\mathcal{B}$ et de $\mathcal{E}$, nous avons les deux relations suivantes :

$$\text{div}\, \mathcal{B}_M = 0\,; \qquad \frac{1}{c}\frac{\partial \mathcal{B}_M}{\partial t} + \text{rot}\, \mathcal{E}_M = 0.$$

A côté des grandeurs maxwelliennes, il y a encore seize grandeurs non-maxwelliennes que nous devons égaler à zéro.

Les équations électromagnétiques dues aux photons sont ainsi déterminées, il ne nous reste qu'à écrire l'équation de l'électron.

Équation de l'électron. — D'après le principe de la théorie fonctionnelle des systèmes de corpuscules, l'opérateur $\mathfrak{L}_{(e)}$ agissant sur u_e doit dépendre de tous les photons du système S. Nous écrivons :

$$\mathfrak{L}_{(e)}(u_p^1, u_p^2, \ldots, u_p^N) u_e = \mathfrak{L}_{(e)0} u_e + R$$

où $\mathfrak{L}_{(e)0} \psi = 0$ est l'équation de l'électron libre de Dirac et R le terme désignant l'interaction des photons sur l'électron. L'équation non linéaire de l'électron $\mathfrak{L}_{(e)} u_e = Q_e$ s'explicite en :

$$\mathfrak{L}_{(e)0} u_e + \frac{e}{c}(\mathcal{V} + \boldsymbol{\alpha}.\mathcal{A}) u_e = Q_e$$

avec

$$\mathfrak{L}_{(e)0} = -i\hbar \frac{\partial}{c\,\partial t} + \sum_{j=1}^{3} \alpha_j \left(i\hbar \frac{\partial}{\partial x_j}\right) + \alpha_4 m_0 c.$$

L'interaction R se manifeste par l'expression $\frac{e}{c}(\mathcal{V} + \boldsymbol{\alpha}.\mathcal{A}) u_e$ où $\mathcal{V}$ et $\mathcal{A}$ sont les potentiels produits par N photons. Comme tous les photons sont susceptibles de contribuer à former les potentiels $\mathcal{V}$ et $\mathcal{A}$, il est naturel de poser en vertu du principe de superposition des interactions :

$$\mathcal{V} = \sum_{i=1}^{N} \mathcal{V}_i\,; \qquad \mathcal{A} = \sum_{i=1}^{N} \mathcal{A}_i.$$

Mais

$$\sum_i \mathcal{V}_i = N\mathcal{V}_M \quad \text{et} \quad \sum_i \mathcal{A}_i = N\mathcal{A}_M, \quad \text{d'où :}$$

$$\mathcal{V} = N\mathcal{V}_M\,; \qquad \mathcal{A} = N\mathcal{A}_M.$$

Finalement, l'équation d'ondes de l'électron devient :

$$\mathfrak{L}_{(e)0}\, u_e + \frac{c}{c} N(\mathcal{V}_M + \boldsymbol{\alpha}.\mathcal{A}_M)\, u_e = Q_e$$

avec [6]

$$\mathcal{V}_M = \frac{\hbar}{2\sqrt{\mu_0}} (u_{M11} + u_{M22} + u_{M33} + u_{M44})$$

$$\mathcal{A}_{Mx} = -\frac{\hbar}{2\sqrt{\mu_0}} (u_{M41} + u_{M32} + u_{M23} + u_{M14})$$

$$\mathcal{A}_{My} = -\frac{\hbar}{2\sqrt{\mu_0}}\, i(u_{M41} - u_{M32} + u_{M23} - u_{M14})$$

$$\mathcal{A}_{Mz} = -\frac{\hbar}{2\sqrt{\mu_0}} (u_{M31} - u_{M42} + u_{M13} - u_{M24}).$$

Dans les équations des photons, l'influence de l'électron se manifeste par ses moments électrique, magnétique, sa densité de courant et de charge ; réciproquement l'équation de l'électron dépend nécessairement des potentiels électromagnétiques créés par les photons. Les termes de couplage qui figurent dans ces équations représentent, sous un certain aspect, le problème des interactions entre le rayonnement et la matière.

4. **Conséquences.** — Dans le cas d'une enceinte contenant du rayonnement (corps noir), les quatre conditions indiquées plus haut sont remplies, alors à la limite en probabilité, on a $\mathfrak{L}_{(p)}\, u_M = 0$, et la Théorie fonctionnelle non linéaire n'apporte pas de terme complémentaire venant modifier la formule de Planck.

Ainsi en Théorie fonctionnelle, la formule de Planck du rayonnement noir demeure strictement valable.

De même pour un électron placé dans un champ électromagnétique macroscopique, champ constitué par un grand nombre de photons, les termes non linéaires du champ électromagnétique sont pratiquement nuls (nuls à la limite en probabilité) et les équations linéaires de Maxwell sont valables.

Au contraire, les termes électromagnétiques non linéaires interviennent effectivement :

1) Dans les processus microphysiques où il n'intervient qu'un petit nombre de photons notamment dans les réactions nucléaires.

2) Dans les processus comportant un grand nombre de photons pour lesquels les quatre conditions de M. Jean-Louis Destouches ne sont pas remplies, ceci a lieu notamment dans le cas des champs électromagnétiques présentant des régions de très grandes valeurs comme dans les plasmas.

Nous tenons à exprimer notre profonde gratitude à M. le Pr Jean-Louis Destouches pour les précieuses indications qu'il n'a cessé de nous prodiguer et pour son attention bienveillante pendant la rédaction de ce texte.

Manuscrit reçu le 25 juin 1959.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Jauch (J. M.) et Rohrlich (F.), The theory of photons and electrons. (Addison-Wesley publishing company, U. S. A., 1955.)

[2] de Broglie (Louis), Mécanique ondulatoire du photon et Théorie quantique des champs. (Gauthier-Villars, Paris, 1957.)

[3] Destouches (Jean-Louis), La quantification en Théorie fonctionnelle des corpuscules. (Gauthier-Villars, Paris, 1956.)

[4] Destouches (Jean-Louis) et Pham Xuân Yêm, Interactions entre matière et rayonnement en théorie fonctionnelle. *C. R. Acad. Sc.*, 1959, **248**.

[5] de Broglie (Louis), Mécanique ondulatoire du photon. Une nouvelle théorie de la lumière. (Hermann, t. 2, 1942.)

[6] Destouches (Jean-Louis), Corpuscules et champs en Théorie fonctionnelle. (Gauthier-Villars, Paris, 1958.)

[7] Destouches (Jean-Louis) et Aeschlimann (Florence), Les systèmes de corpuscules en Théorie fonctionnelle. (Hermann, Paris, sous presse.)

[8] Aeschlimann (Florence), *J. Physique Rad.*, 1959, **20**, 927.

[9] Destouches (Jean-Louis), Propriété limite de l'onde moyenne en Théorie fonctionnelle des systèmes de corpuscules. *C. R. Acad. Sc.*, 1959, **248**, n° 19.

[10] de Broglie (Louis), L'électron magnétique. (Hermann, Paris, 1934.)

PARTICULARITÉS DES ONDES DE CHOC PRODUITES PAR LES DÉCHARGES CONDENSÉES DANS UN GAZ A BASSE PRESSION

Par Michel CLOUPEAU,

Laboratoire de Recherches Électroniques, Institut du Radium, Paris.

Résumé. — L'observation d'ondes de choc lumineuses ne signifie pas nécessairement qu'il y a ionisation du gaz par effet thermique : 1° Des effets électriques parasites peuvent provoquer l'ionisation du gaz en avant du front de l'onde de choc dont le trajet est alors visible, même pour des nombres de Mach faibles. 2° Le front de l'onde de choc et la surface de contact sont parfois très voisins ou pratiquement confondus ; l'émission de lumière derrière le front de l'onde de choc peut alors être due principalement à la présence du gaz ionisé par la décharge électrique.

Abstract. — The observation of luminous shock waves does not necessarily signify thermal ionization of the gas. It is shown that two other effects may operate in the case of shock waves produced by electrical discharges at low pressures : 1° Parasitical discharge effects can cause ionization of the gas ahead of the shock front which then becomes visible, even in the case of low Mach numbers. 2° The shock front and the contact surface are sometimes very close together or, for practical purposes, indistinguishable. The emission of light observed behind the shock front may then be due chiefly to the presence of gas ionized by the electrical discharge.

Introduction. — On sait que la décharge à travers un gaz d'un condensateur chargé sous haute tension provoque une brusque élévation de température du gaz traversé par le courant électrique et que l'expansion du gaz ionisé (plasma) créé par la décharge engendre la formation d'une onde de choc.

Nous avons montré précédemment [1, 2] que dans les lampes à éclairs de petites dimensions, analogues au tube représenté figure 5, les ondes de choc sont réfléchies par les parois et se propagent alors dans le plasma où leur passage provoque des effets lumineux importants : d'une part, en effet, l'augmentation de la densité produit une augmentation du nombre des processus d'émission par unités de volume et de temps ; d'autre part, l'augmentation concomitante de la température, même si elle est relativement faible, peut produire une augmentation réelle de l'ionisation parce qu'elle survient dans un gaz qui se trouve déjà à une température très élevée.

Les effets lumineux des ondes réfléchies dans le plasma se manifestent donc même pour des ondes de célérités réduites très faibles.

Pour des énergies de décharges de quelques joules seulement, la célérité réduite M_1 des ondes de choc incidentes est généralement inférieure à 6 ; l'élévation de température produite par la propagation des ondes dans le gaz extérieur au plasma est trop faible pour que l'excitation et l'ionisation par effet thermique soient appréciables si le gaz n'est pas excité ou ionisé en avant du front de l'onde. Dans ce cas, les ondes de choc ne doivent se manifester par des effets lumineux qu'à partir du moment où, après réflexion sur les parois, elles traversent la surface de contact et pénétrent dans le gaz ionisé par la décharge.

Phénomènes parasites d'ionisation. — Nous avons toutefois observé, en particulier pour des pressions de remplissage inférieures à quelques cm de Hg, que le gaz peut être déjà ionisé par des effets électriques parasites en avant du front de l'onde de choc incidente dont le trajet devient alors visible même si la célérité de l'onde est trop faible pour provoquer une excitation thermique notable du gaz.

Cette ionisation peut être due par exemple à des effets capacitifs, ou, si le tube est en communication avec l'installation de remplissage, à une décharge secondaire entre l'une des électrodes du tube et les parties métalliques de l'installation.

Un exemple typique de ce genre de phénomènes est fourni par l'étude du tube, représenté figure 1, qui comporte deux éclateurs : e_1 — e_2 et e_3 — e_4 montés en série dans le circuit de décharge.

Les figures 2, 3, 4 correspondent aux conditions de fonctionnement suivantes :

— gaz : xénon ; pression : $p = 10$ mm de Hg ;

— capacité du condensateur : $C = 2\ \mu$F ;

— tension de charge du condensateur : $V_c = 6\,000$ volts ;

— fréquence du courant oscillant de décharge : $f = 78$ kilocycles ;

— durée de la décharge oscillante : 32 µs.

La figure 2 représente l'évolution de la lumière au cours du temps suivant la fente F de la figure 1. On voit que les ondes de choc incidentes sont très lumineuses mais qu'il existe aussi, en avant des ondes de choc incidentes, une émission de lumière dont les maxima surviennent aux mêmes instants en tous les points de la fente F. L'origine de ces maxima peut être déduite de la comparaison des figures 3 et 4 qui représentent respectivement le

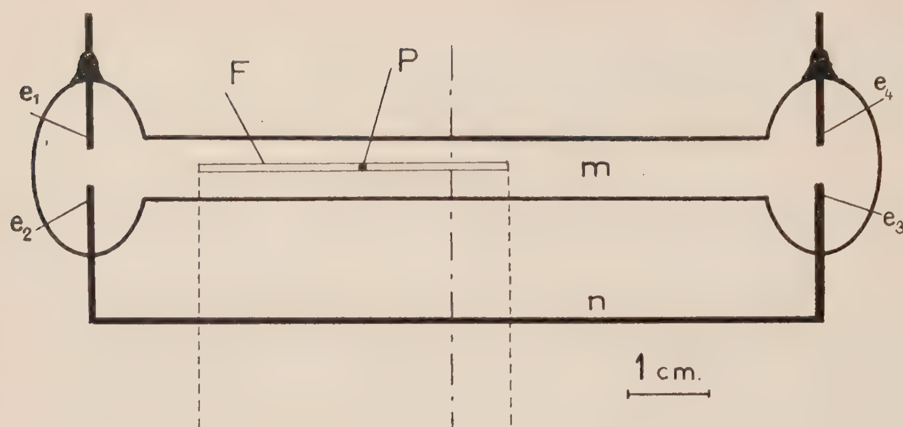


Fig. 1.

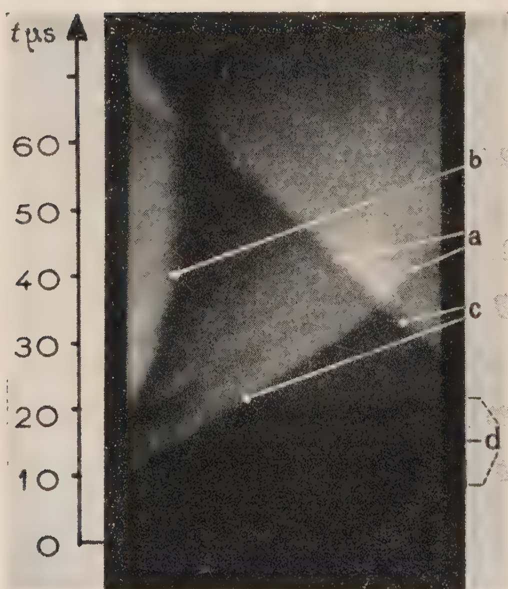


Fig. 2. — *a* : ondes de choc réfléchies — *b* : surface de contact — *c* : ondes de choc incidentes — *d* : maxima d'ionisation.

courant de décharge $I = f(t)$, et le courant photoélectrique $j = f(t)$ d'une cellule éclairée par l'élément de volume *P* indiqué sur la figure 1. On voit que les maxima d'émission de lumière correspondent à des maxima du courant de décharge ; toutefois, l'émission de lumière est nulle pendant la première demi-période du courant et ne peut donc être attribuée ni à une diffusion par les parois du rayonnement provenant des deux éclateurs, ni à une excitation photonique du gaz. Cette émission peut être expliquée par le fait que le courant de décharge du condensateur passe d'abord uniquement par le chemin e_1-e_2-n-e_3-e_4, mais qu'après la première demi-période, une partie du courant passe directement par le chemin e_1-m-e_4. Cette interprétation est confirmée par les mesures du courant électrique dans le fil e_2-n-e_3 et du courant total de décharge. Il en résulte que le gaz contenu dans le tube qui relie les deux éclateurs est déjà ionisé et lumineux avant l'arrivée des ondes de choc issues des deux éclateurs.

Ceci explique que les ondes incidentes soient nettement visibles bien que leur célérité soit d'envi-

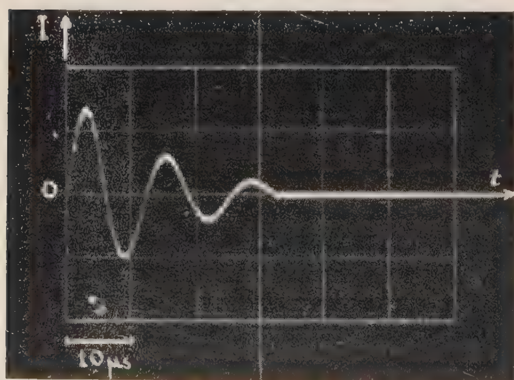


Fig. 3. — Courant total de décharge.

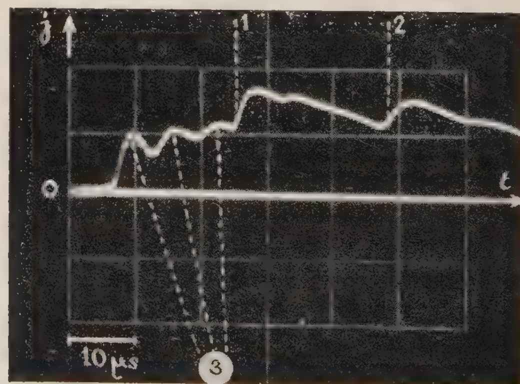


Fig. 4. — Émission lumineuse au point P de la figure 1. 1 : arrivée de l'onde incidente — 2 : arrivée de l'onde réfléchie — 3 : maxima de la lumière à partir de la deuxième demi-période du courant de décharge.

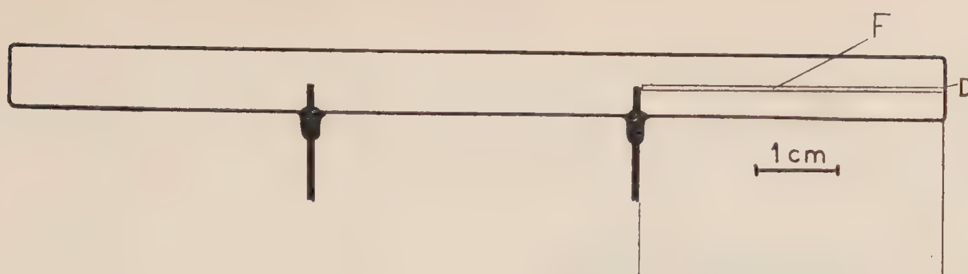


Fig. 5.

ron 1 200 m/s, ce qui correspondrait à $M_1 = 6{,}7$ seulement, si les ondes se propageaient dans du xénon à température ambiante.

Dans le cas particulier que nous venons de décrire, l'ionisation du gaz en avant de l'onde incidente est manifeste ; dans d'autres cas cependant, elle peut passer inaperçue parce que l'émission lumineuse qu'elle produit est négligeable devant celle du plasma principal.

L'étude des phénomènes d'ionisation derrière le front d'une onde de choc produite par décharge condensée ne doit donc pas être effectuée sans précautions : il est nécessaire de s'assurer au préalable que les effets électriques parasites ne modifient pas notablement l'état initial du gaz en aval de l'onde de choc.

Phénomènes de diffusion. — Les figures 6 et 7 représentent l'évolution de la lumière au cours du temps derrière l'espace interélectrodes du tube de la figure 5 fonctionnant dans les conditions suivantes : gaz : xénon ; $p = 4$ mm de Hg ; $C = 2\,\mu$F. :

La figure 6*a* correspond à $V_c = 6\,000$ volts. Les phénomènes observés peuvent être interprétés, comme pour un tube de choc classique, suivant le schéma de la figure 6*b*. Si on appelle B le gaz qui, avant la décharge, se trouve entre les électrodes, et A le gaz qui est en dehors, le front de l'onde de choc et la surface de contact délimitent les régions suivantes :

1. Gaz A au repos.
2. Gaz A derrière le front de l'onde de choc incidente.
3. Gaz B derrière la surface de contact.
5. Gaz A entre la paroi D et l'onde réfléchie.
6. Gaz B entre la surface de contact et l'onde réfléchie.

Le front de l'onde de choc n'étant pas lumineux, sa position ne peut être déterminée avec précision, mais il est certain que le rapport u_2/U de la vitesse de la surface de contact à la célérité du front de l'onde de choc incidente est supérieur à la valeur fournie par la théorie élémentaire des ondes de choc planes dans le cas des gaz rares.

Cet écart entre les résultats théoriques et expérimentaux augmente avec la tension de charge du condensateur. Ainsi, sur la figure 7 qui correspond à $V_c = 10\,000$ volts, on voit que la surface de contact est très proche du front de l'onde de choc dont la position est révélée au moment de la réflexion sur la paroi D, par l'émission de la lumière de la région 5.

Remarquons que cette dernière figure, considérée isolément pourrait être interprétée d'une manière

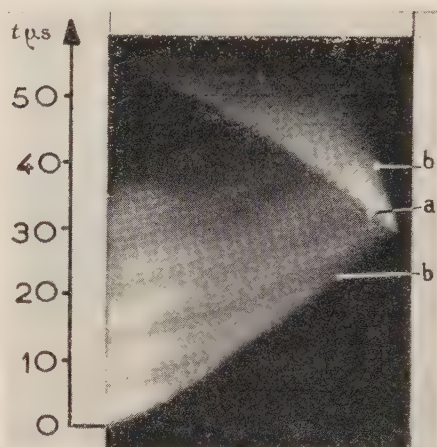


Fig. 6*a*. — a : onde de choc réfléchie — *b* : surface de contact.

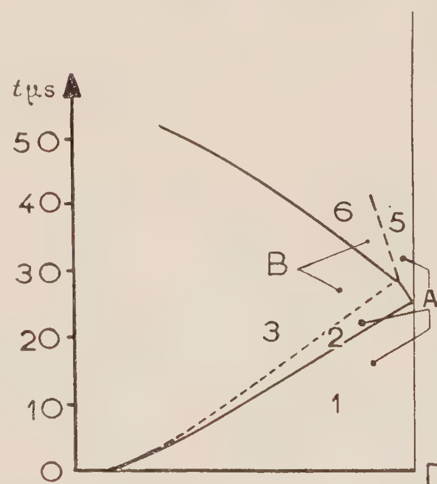


Fig. 6*b*. — ———— front d'onde de choc
- - - - - - surface de contact.

toute différente ; le décalage entre le front non lumineux de l'onde de choc incidente et la zone lumineuse pourrait correspondre au temps de relaxation de l'ionisation par effet thermique [3], c'est-à-dire que la zone lumineuse correspondrait non pas à la région 3 du gaz B derrière la surface de contact, mais à la région 2 du gaz A derrière le

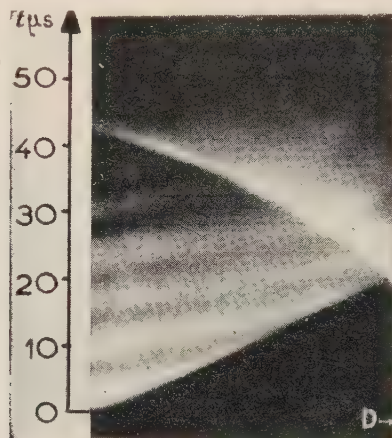


Fig. 7.

front de l'onde de choc. Si cette deuxième interprétation était correcte, on devrait toujours observer derrière l'onde réfléchie une émission de lumière plus forte que celle observée derrière l'onde incidente. Or, pour des tensions V_c légèrement plus faibles, ou des pressions de remplissage plus élevées, on obtient des enregistrements, tels que celui de la figure 6*a*, dans lesquels la luminosité de la région 5 est faible devant celle de la zone lumineuse qui suit l'onde incidente.

Ces observations ne sont pas compatibles avec la deuxième interprétation, sauf si l'on admet :

a) que le gaz est excité ou ionisé en avant de l'onde de choc par un effet électrique parasite ou par les photons émis par le plasma de décharge ;

b) que cette excitation reste très faible au voisinage de la paroi D, cette paroi ayant pour effet d'accélérer par exemple la recombinaison.

De telles conditions favoriseraient l'ionisation par effet thermique (et par conséquent l'émission lumineuse) derrière l'onde incidente et expliqueraient que l'émission lumineuse puisse rester faible derrière l'onde réfléchie au voisinage de la paroi D.

Cependant, on peut également observer une luminosité plus faible derrière l'onde réfléchie que derrière l'onde incidente si au lieu de réfléchir l'onde incidente sur une paroi, on la fait réfléchir sur une autre onde de choc de même force en utilisant un tube analogue à celui de la figure 1. On ne peut donc pas invoquer l'influence de la paroi D pour expliquer les phénomènes observés.

L'étude des miroirgrammes obtenus pour des tensions progressivement croissantes permet de conclure à la présence du gaz ionisé par la décharge sur le front lumineux observé derrière le front de l'onde de choc, en particulier dans le cas de la figure 7.

Si on augmente encore V_c ou que l'on diminue la pression de remplissage du tube, le front de l'onde de choc et la surface de contact se trouvent entièrement confondus. Ce phénomène, particulièrement net dans le cas de l'hydrogène, peut être observé à des distances de l'espace de décharges plus grandes que celles des figures 6 et 7, et pour des décharges non oscillantes de courtes durées.

La disparition progressive (avec l'augmentation de V_c ou la diminution de la pression initiale) d'une région 2 exempte de gaz B, peut être interprétée par le fait que les phénomènes de diffusion jouent un rôle important lorsque la pression initiale est faible et que la vitesse d'expansion du gaz ionisé est élevée ; le gaz B n'agit plus à la manière d'un piston plein mais d'un piston poreux ; le gaz A n'est pas repoussé en totalité devant le gaz B et le front d'avancement de la luminosité représente plutôt qu'une « surface » de contact, le front d'une « zone » de contact où se mélangent le gaz A et le gaz B ionisé par la décharge.

En général, le front de l'onde de choc ne se confond totalement avec le front de la zone de contact, que pour des célérités correspondant à $M_1 > 10$. L'observation d'un front unique peut alors donner l'illusion qu'on se trouve en présence d'une ionisation par effet thermique du gaz A au passage de l'onde de choc. En réalité, le front lumineux correspond bien au front d'une onde de choc en ce sens qu'il y a discontinuité de densité, pression et température, mais la luminosité peut être due en grande partie, à la présence sur le front de l'onde, du gaz B qui est fortement lumineux et ionise à son tour le gaz A avec lequel il se trouve mélangé.

La mesure expérimentale de la célérité de l'onde ne suffit pas ici pour calculer l'état du gaz derrière le front de l'onde, même si l'on admet l'équilibre thermique réalisé ; il faudrait connaître pour cela l'importance de la diffusion du gaz B dans le gaz A. En ce qui concerne par exemple la température, deux effets agissent en sens contraire : la présence du gaz B augmente la température du gaz derrière l'onde de choc, mais par contre, la compression du gaz A doit être moins grande que ne le supposent les formules de Rankine-Hugoniot.

Conclusion. — Dans les tubes à décharges électriques condensées, l'observation d'une onde de choc lumineuse ne signifie pas nécessairement qu'il y a excitation thermique du milieu traversé :

1° Le gaz peut être déjà ionisé par des effets parasites, en avant du front de l'onde de choc

incidente dont le trajet devient alors visible même si la célérité de l'onde est faible.

2° Le front de l'onde de choc est parfois pratiquement confondu avec la surface de contact, de sorte que l'émission de lumière peut être due en grande partie à la présence du gaz ionisé par la décharge.

De nouvelles expériences sont en cours, pour déterminer si ce dernier phénomène peut être observé à plusieurs dizaines de centimètres de l'étincelle, dans le cas d'ondes de choc très rapides obtenues par soufflage magnétique du plasma de décharge [4].

Manuscrit reçu le 21 décembre 1959.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Cloupeau (M.), *C. R. Acad. Sc.*, 1957, **244**, 744-747 et 2033-2036.
[2] Cloupeau (M.), Publications scientifiques et techniques du Ministère de l'Air, n° 352.
[3] Petschek (H.) et Byron (S.), *Ann. Physics*, 1957, **1**, n° 3, 270-315.
[4] *Magnetohydrodynamics*, Landshoff éditeur, 1957, p. 74-100.

ÉQUATIONS MACROSCOPIQUES DE LA DOUBLE RÉSONANCE. INTERPRÉTATION THERMODYNAMIQUE.

Par J. L. MOTCHANE et J. UEBERSFELD,

École Supérieure de Physique et de Chimie de Paris et Faculté des Sciences de Besançon.

Résumé. — Des équations macroscopiques qui décrivent le phénomène de double résonance magnétique sont développées. On les utilise pour calculer la polarisation nucléaire qui peut être obtenue lorsqu'on induit une transition « interdite « dans le système d'un spin nucléaire et d'un spin électronique en interaction statique.

L'interprétation statistique du phénomène est donnée à l'aide de la méthode décrite par Kittel pour l'effet Overhauser.

Abstract. — Macroscopic equations for double magnetic resonance are given. These equations are used to compute the nuclear polarization which can be obtained by inducing a " forbidden " transition in a system of a nuclear and an electronic spin in static interaction.

The statistical interpretation of this result is given in terms of the method described by Kittel for the Overhauser effect.

I. **Introduction.** — Nous entendons par « double résonance » le phénomène de polarisation nucléaire obtenu en saturant les transitions interdites dans le système constitué par un spin nucléaire et un spin électronique en interaction. Le phénomène est différent de l'effet Overhauser classique qui peut aussi se produire dans ce système, mais où la polarisation est alors obtenue par saturation d'une transition permise. L'idée de polariser les noyaux en saturant une transition interdite est due initialement à Jeffries [1] qui l'a mis en œuvre dans le cas d'une interaction de contact entre les deux spins, c'est-à-dire, essentiellement dans le cas d'un ion paramagnétique (le spin nucléaire en interaction avec le spin électronique étant celui du noyau de l'ion). Abragam et Proctor ont montré que la méthode devait s'appliquer aussi au cas de l'interaction dipôle-dipôle statique ; ils ont vérifié cette prévision dans le cas de deux spins nucléaires dans un solide (*) [2].

Ce type de polarisation nucléaire a été observé par nous-mêmes [3], [4] puis par d'autres [5] dans divers cas d'interaction dipolaire entre un spin électronique et un spin nucléaire. Il est caractérisé par l'existence de *deux* possibilités de polariser (deux transitions à saturer) donnant lieu à deux polarisations nucléaires opposées, d'où le nom « *double effet* » que nous proposons.

Le but de cet article est de présenter les équations macroscopiques du phénomène qui permettent en particulier de suivre ses variations en fonction de la puissance de saturation puis d'en donner une interprétation thermodynamique.

II. **Principe de l'effet.** — Considérons un spin électronique $\frac{1}{2}$ et un spin nucléaire $\frac{1}{2}$ placés dans un champ intense, de telle manière que les nombres quantiques magnétiques soient de bons nombres quantiques.

Ce système des deux spins présente quatre niveaux montrés sur la figure 1.

Niveau	M	m
4	$+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
3	$+\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$
2	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
1	$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$

FIG. 1.

Nous caractériserons les états correspondants par la combinaison de deux nombres quantiques magnétiques, M et m le premier se référant au spin électronique, le second au spin nucléaire. Si l'on tient compte de ce que le rapport gyromagnétique de l'électron est négatif et si l'on prend un noyau (le proton, par exemple) à rapport gyromagnétique positif, les quatre états rangés par ordre d'énergie croissante seront caractérisés par les combinaisons $\left(-\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}\right)$, $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$, $\left(+\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}\right)$ et $\left(+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$. Pour simplifier le langage, nous les appellerons états 1 2 3 4, respectivement (*fig.* 1).

Les transitions $1 \longleftrightarrow 3$ et $2 \longleftrightarrow 4$ sont les transitions permises de résonance électronique, tandis que les transitions $1 \longleftrightarrow 2$ et $3 \longleftrightarrow 4$ sont les transitions permises de résonance nucléaire.

(*) D'où le nom d' « effet solide » propose en cette occasion.

Les transitions $1 \longleftrightarrow 4$ et $2 \longleftrightarrow 3$ sont strictement interdites pour un système de deux spins supposé *sans interaction*, mais l'interaction dipôle-dipôle, ou plus exactement sa partie statique (indépendante du temps) mélange les états en fait, et les transitions « interdites » deviennent permises. Il est donc possible, si l'on dispose de l'énergie nécessaire, de les saturer.

Si on admet, d'autre part, que les processus de relaxation électronique sont assez puissants pour maintenir de toute façon l'équilibre de Maxwell-Boltzmann entre les niveaux électroniques, on voit [4] que les populations des niveaux 1, 2, 3, 4 deviennent proportionnelles aux quatre nombres 1 exp $(+ h\nu_e/kT)$, exp $(- h\nu_e/kT)$, 1 quand la transition $1 \longleftrightarrow 4$ est saturée et aux quatre nombres exp $(+ h\nu_e/kT)$, 1, 1, exp $(- h\nu_e/kT)$ quand la transition $2 \longleftrightarrow 3$ est saturée ; ν_e est la fréquence de transition électronique, T la température, h et k les constantes de Planck et de Boltzmann.

On constate alors que le rapport des populations des sous-niveaux nucléaires devient exp $(\pm h\nu_e/kT)$ au lieu de exp $(- h\nu_N/kT)$, ν_N étant la fréquence de transition de résonance nucléaire.

Ce résultat constitue précisément le « double effet », c'est-à-dire l'augmentation de la polarisation nucléaire dans le rapport $\nu_e/\nu_N = \gamma_e/\gamma_N$ (γ_e et γ_N étant les rapports gyromagnétiques électronique et nucléaire) avec ou sans inversion des populations.

III. **Équations macroscopiques. Solutions en régime permanent.** — Le calcul précédent donne la polarisation *maximum* que l'on peut obtenir dans un cas idéal. Il est intéressant aussi de prévoir l'état de polarisation avec un champ de saturation donné quand on tient compte de ce que d'autres transitions peuvent être partiellement saturées en même temps que la transition que nous voulons saturer totalement ; ce cas se présente en particulier lorsque la largeur de raie électronique est du même ordre de grandeur que la séparation des sous-niveaux nucléaires (quelques MHz dans un champ magnétique de quelques milliers de gauss).

Nous appliquerons, pour résoudre ce problème, la méthode dite du « bilan détaillé », utilisée, par exemple, par Solomon pour l'effet Overhauser classique [6].

Nous appellerons αw, βw, γw et δw les probabilités de transition des transitions $1 \longleftrightarrow 4$, $2 \longleftrightarrow 3$, $1 \longleftrightarrow 2$ et $3 \longleftrightarrow 4$, $1 \longleftrightarrow 3$ et $2 \longleftrightarrow 4$, respectivement. $w = 1/2T_{1e}$, T_{1e} étant le temps de relaxation spin électronique-réseau.

Les quatre possibilités précitées sont la somme des probabilités de relaxation et des probabilités de transitions induites par le champ de pompage ; quand la résonance électrique n'est pas saturée, on a naturellement $\delta = 1$.

Dans la suite du calcul on sera amené à poser :

$$\alpha = \alpha_0 + \alpha_1, \quad \beta = \beta_0 + \beta_1, \quad \gamma = \gamma_0 + \gamma_1$$

(dans notre cas, on aura toujours $\gamma_1 = 0$ et $\delta = 1 + \delta_1$). Les quantités ayant l'indice 0 désignent les probabilités de relaxation (au facteur w près), celles ayant l'indice 1 désignent les probabilités de transition induites (au facteur w près).

Dans ces conditions, si n_1, n_2, n_3, n_4 sont respectivement les populations des niveaux 1, 2, 3, 4 on a les équations d'évolution suivantes :

$$\frac{1}{w}\frac{dn_1}{dt} = -(\gamma + \delta + \alpha)\, n_1 + \gamma n_2 + \delta n_3 + \alpha n_4 + \text{constante}$$

$$\frac{1}{w}\frac{dn_2}{dt} = \gamma n_1 - (\gamma + \beta + \delta)\, n_2 + \beta n_3 + \delta n_4 + \text{constante}$$

$$\frac{1}{w}\frac{dn_3}{dt} = \delta n_1 + \beta n_2 - (\delta + \beta + \gamma)\, n_3 + \gamma n_4 + \text{constante}$$

$$\frac{1}{w}\frac{dn_4}{dt} = \alpha n_1 + \delta n_2 + \gamma n_3 - (\alpha + \delta + \gamma)\, n_4 + \text{constante.}$$

Les quatre constantes qui figurent au deuxième membre sont écrites pour tenir compte du fait que les probabilités de relaxation ne sont pas les mêmes dans le sens $x \to y$ que dans le sens $y \to x$; x et y désignant deux niveaux quelconques.

Il est possible d'en déduire l'équation d'évolution des grandeurs macroscopiques I_z et S_z, I_z étant le spin nucléaire résultant et S_z le spin électronique résultant.

On a en effet :

$$I_z = \frac{1}{2}\left((n_1 + n_3) - (n_2 + n_4)\right)$$

$$S_z = \frac{1}{2}\left((n_3 + n_4) - (n_1 + n_2)\right).$$

On calcule dI_z/dt et dS_z/dt en formant les quantités

$$1/2(dn_1/dt + dn_3/dt - dn_2/dt - dn_4/dt)$$

et

$$1/2(dn_3/dt + dn_4/dt - dn_1/dt - dn_2/dt).$$

On voit alors que dI_z/dt et dS_z/dt se réduisent à une combinaison linéaire de I_z et S_z, cette simplification provenant du fait que les transitions $1 \longleftrightarrow 2$ et $3 \longleftrightarrow 4$, ainsi que $1 \longleftrightarrow 3$ et $2 \longleftrightarrow 4$ ont la même probabilité respectivement. On obtient dans ces conditions les deux équations d'évolutions (A) et (B)

$$\frac{1}{w}\frac{dI_z}{dt} = -(\alpha + 2\gamma + \beta)\, I_z + (\alpha - \beta)\, S_z + \text{constante} \qquad \text{(A)}$$

$$\frac{1}{w}\frac{dS_z}{dt} = (\alpha - \beta)\, I_z - (\alpha + 2\delta + \beta)\, S_z + \text{constante.} \qquad \text{(B)}$$

La première de ces deux équations rend compte immédiatement de l'effet Overhauser classique sous la forme développée par Solomon [6].

Nous allons montrer que l'ensemble de ces

deux équations permet de rendre compte du double effet dans le cas d'une interaction dipôle-dipôle statique.

1er CAS. — On sature la transition interdite $1 \longleftrightarrow 4$, sans saturer la transition de résonance électronique ; c'est le cas où la largeur de raie électronique est plus faible que la séparation des sous-niveaux nucléaires.

On a donc

$$\alpha = \alpha_0 + \alpha_1$$

$$\beta = \beta_0$$

$$\delta = 1.$$

D'autre part $\alpha_0 = \beta_0$ lorsque l'interaction dipôle-dipôle est indépendante du temps (cf. par exemple le calcul d'Abragam) [7].

On détermine ensuite les constantes dans les seconds membres des équations (A) et (B) en écrivant qu'à l'équilibre thermodynamique et en l'absence de tout champ hyperfréquence ($\alpha_1 = 0$, I_z et S_z ont leur valeur d'équilibre I_0 et S_0) ($I_0 > 0$ et $S_0 < 0$). Les équations (A) et (B) prennent donc immédiatement la forme :

$$\frac{1}{w}\frac{dI_z}{dt} = -(2\alpha_0 + 2\gamma)(I_z - I_0) - \alpha_1 I_z + \alpha_1 S_z \qquad (A_1)$$

$$\frac{1}{w}\frac{dS_z}{dt} = -(2\alpha_0 + 2)(S_z - S_0) + \alpha_1 I_z - \alpha_1 S_z. \qquad (B_1)$$

La solution de régime permanent de l'équation (A_1) s'écrit :

$$I_z = \frac{2\alpha_0 + 2\gamma}{2\alpha_0 + 2\gamma + \alpha_1} I_0 + \frac{\alpha_1}{2\alpha_0 + 2\gamma + \alpha_1} S_z. \qquad (1)$$

On voit que I_z tend vers S_z quand on sature complètement la transition $1 \longleftrightarrow 4$ ($\alpha_1 \to \infty$).

Par ailleurs l'équation (B_1) montre que S_z reste pratiquement égal à S_0 quel que soit α_1.

On voit bien qu'à la limite $I_z = S_0$ ce qui correspond bien à un accroissement de polarisation avec renversement puisque S_0 est négatif.

On verrait de même qu'en saturant la transition $2 \longleftrightarrow 3$ ($\beta = \alpha_0 + \beta_1$, $\alpha = \alpha_0$ et $\delta = 1$), les équations (A) et (B) prennent la forme

$$\frac{1}{w}\frac{dI_z}{dt} = -(2\alpha_0 - 2\gamma)(I_z - I_0) - \beta_1 I_z - \beta_1 S_z \qquad (A_2)$$

$$\frac{1}{w}\frac{dS_z}{dt} = (2\alpha_0 + 2)(S_z - S_0) - \beta_1 I_z - \beta_1 S_z. \qquad (B_2)$$

La solution de régime permanent de (A_2) s'écrit

$$I_z = \frac{2\alpha_0 + 2}{2\alpha_0 + 2\gamma + \beta_1} I_0 - \frac{\beta_1}{2\alpha_0 + 2\gamma + \beta_1} S_z \qquad (2)$$

tandis que (B_2) donne $S_z \simeq S_0$.

Si l'on remarque que l'on a $\alpha_1 \simeq \beta_1 = \lambda H_1^2$, H_1^2 étant le champ de saturation et λ une constante que l'on peut calculer en fonction du couplage dipôle-dipôle et des caractéristiques de la raie de résonance électronique, on peut donc condenser (1) et (2) en une seule formule :

$$I_z = \frac{2\alpha_0 + 2\gamma}{2\alpha_0 + 2\gamma + \lambda H_1^2} I_0 \pm \frac{\lambda H_1^2}{2\alpha_0 + 2\gamma + \lambda H_1^2} S_0. \qquad (3)$$

2e CAS. — On sature la transition $1 \longleftrightarrow 4$ (ou la transition $2 \longleftrightarrow 3$) et en même temps on sature partiellement la raie de résonance électronique (c'est le cas où la largeur de raie électronique est de l'ordre de grandeur de la séparation des sous-niveaux nucléaires).

Les équations (A_1) et (A_2) demeurent inchangées et par suite la formule (3) reste valable à condition d'y maintenir S_z au lieu de S_0

$$I_z = \frac{2\alpha_0 + 2\gamma}{2\alpha_0 + 2\gamma + \lambda H_1^2} I_0 \pm \frac{\lambda H_1^2}{2\alpha_0 + 2\gamma + \lambda H_1^2} S_z. \qquad (4)$$

Pour décrire le phénomène il faut expliciter S_z qui figure dans la relation (4). S_z est obtenu à l'aide de la relation B_1 (ou B_2) modifiée en tenant compte du terme de saturation ($\delta_1 \neq 0$).

La nouvelle équation (B_1') — transformée de (B_1) s'écrit dans le cas où $1 \longleftrightarrow 4$ est saturée

$$\frac{1}{w}\frac{dS_z}{dt} = -(2\alpha_0 + 2)(S_z - S_0) + \alpha_1 I_z - (\alpha_1 + 2\delta_1) S_z. \qquad (B_1')$$

La solution de régime permanent s'écrit :

$$S_z(2\alpha_0 + 2 + \alpha_1 + 2\delta_1) = \alpha_1 I_z + (2\alpha_0 + 2) S_0.$$

Portant cette valeur dans (1) on obtient la valeur de I_z en fonction de I_0 et S_0

$$I_z = \frac{(2\alpha_0 + 2\gamma)(2\alpha_0 + 2 + \alpha_1 + 2\delta_1) I_0 + \alpha_1(2\alpha_0 + 2) S_0}{(2\alpha_0 + 2\gamma)(2\alpha_0 + 2 + \alpha_1 + 2\delta_1) + \alpha_1(2\alpha_0 + 2 + 2\delta_1)}. \qquad (5)$$

Cette équation (5) montre bien que I_z ne tend plus vers S_0 quand le champ de pompage tend vers l'infini (c'est-à-dire quand α_1 et δ_1 tendent vers l'infini) mais vers *zéro*.

On peut proposer l'explication physique suivante de ces résultats : le champ de pompage provoque lorsqu'il est assez intense la saturation de la résonance électronique ; par suite $S_z = 0$ et I_z qui tend vers S_z tend bien vers zéro. Le même calcul et la même explication peuvent être repris quand la transition $2 \longrightarrow 3$ est saturée. Le résultat est le même que celui de la formule 5, sauf que le coefficient de S_0 est changé de signe.

Il n'y a donc certainement pas intérêt, pour peu que δ_1 soit un peu important, à saturer complètement la transition $1 \longleftrightarrow 4$ ou ($2 \longleftrightarrow 3$). Il y a une valeur optimum du champ de pompage qui donne une valeur maximum de la polarisation (valeur inférieure à la valeur maximum S_0, obtenue dans le premier cas).

Le calcul indiqué se généralise sans difficultés au cas où le champ de pompage sature non seulement

la transition $1 \longleftrightarrow 4$ et la résonance mais aussi la transition $2 \longleftrightarrow 3$ ($\alpha_1 \neq 0$, $\beta_1 \neq 0$, $\delta_1 \neq 0$) : Si la raie électronique est large et inhomogène le coefficient d'amplification (à fréquence de pompage variable) et à champ magnétique continu fixe reproduit la dérivée de la courbe d'absorption électronique par rapport à la fréquence [5].

IV. **Étude des variations de I_z.** — A) Évaluation des grandeurs α_1 et δ_1. — Soit $g(\nu)$ la courbe normalisée de résonance électronique ν état la fréquence $\left(\int_{-\infty}^{+\infty} g(\nu)\, d\nu = 1\right)$; dans le cas où la raie est homogène (et nous nous limitons à ce cas ici) on a :

$$w\,\delta_1 = \gamma_e^2/4\; g(\nu)\; H_1^2$$

$$w\,\alpha_1 = \gamma_e^2/4\; g(\nu - \nu_N)\; H_1^2\; \alpha_0.$$

La première formule est simplement celle qui donne la probabilité de transition de résonance électronique ; la deuxième donne la probabilité de transition « interdite » et résulte de la première formule et de la définition de α_0.

On en déduit :

$$\frac{\delta_1}{\alpha_1} = \frac{g(\nu)}{g(\nu - \nu_N)}\,\frac{1}{\alpha_0}.$$

Nous posons $K = \dfrac{g(\nu)}{g(\nu - \nu_N)}\,\dfrac{1}{\alpha_0}$ en remarquant que $K = 0$ quand la fréquence ν_N est beaucoup plus grande que la largeur de raie de résonance électronique et quand $\nu = \nu_e + \nu_N$ ($g(\nu_e)$ est maximum). Quand cette dernière condition est satisfaite la valeur maximum que peut prendre K est $1/\alpha_0$ (ce cas limite est celui où ν_N est très faible devant la largeur de raie électronique et où $g(\nu_e + \nu_N)$ est pratiquement égal à $g(\nu_e)$).

B) Variations de I_z — Nous posons $\delta_1 = K\alpha_1$ et gardons comme variable α_1.

La formule (5) s'écrit :

$$I_z = \frac{(\alpha_0 + \gamma)\,[2\alpha_0 + 2 + \alpha_1(1 + 2K)]\, I_0 + \alpha_1(\alpha_0 + 1)\, S_0}{(\alpha_0 + \gamma)\,[2\alpha_0 + 2 + \alpha_1(1 + 2K)] + \alpha_1(\alpha_0 + 1 + K\alpha_1)} \qquad (6)$$

L'allure des variations de I_z en fonction de α_1 est indiquée sur la figure 2. Considérons la situation

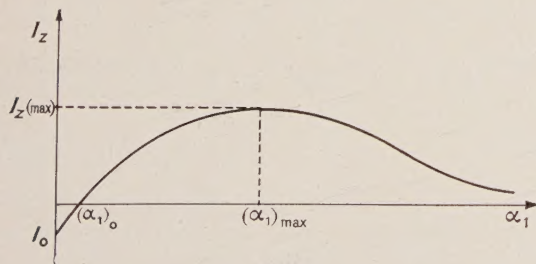


Fig. 2.

correspondant à une valeur de K grande devant l'unité ; cette situation est celle de nos expériences à 3 000 gauss avec une raie électronique de charbon d'environ 5 gauss de large ($g(\nu_e + \nu_N)/g(\nu_e) \simeq 1/2$).

Dans ces conditions $K \simeq 1/2\alpha_0$; comme α_0 est petit devant 1, K est évidemment très supérieur à l'unité. Tenant compte de ces ordres de grandeurs, la formule (6) se simplifie :

$$I_z = \frac{(\alpha_0 + \gamma)\,(2 + 2K\alpha_1)\, I_0 + \alpha_1 S_0}{(\alpha_0 + \gamma)\,(2 + 2K\alpha_1) + \alpha_1(1 + K\alpha_1)}. \qquad (7)$$

Il est possible à l'aide de cette formule de calculer la valeur $(\alpha_1)_0$ de α_1 qui annule I_z (dans ce cas où la polarisation s'inverse) ainsi que la valeur $(\alpha_1)_{max}$ qui rend I_z maximum.

On obtient

$$(\alpha_1)_0 = \frac{-\,2(\alpha_0 + \gamma)}{2K(\alpha_0 + \gamma) + (S_0/I_0)}$$

$$(\alpha_1)_{max} \simeq [2(\alpha_0 + \gamma)/K]^{1/2}$$

$$(I_z)_{max} \simeq S_0/[1 + [2K(\alpha_0 + \gamma)]^{1/2}]^2.$$

La valeur de $(I_z)_{max}$ dépend naturellement des valeurs de K et de S_0/I_0. La mesure de $(\alpha_1)_0$ donne un ordre de grandeur de α_0 et par conséquent de $(I_z)_{max}$ et du rapport $(\alpha_1)_{max}/(\alpha_1)_0$.

Dans une publication ultérieure nous confronterons en détail ces formules avec l'expérience.

En fait, il y a désaccord partiel, la polarisation *croît moins vite* que ne l'indique la formule (7) ; *la diffusion* (diffusion moléculaire vraie ou diffusion de spins) paraît être responsable de la croissance moins rapide. En effet, il y a toujours moins de centres paramagnétiques que de noyaux et seule une partie des noyaux se trouve assez près des centres électroniques, pour être polarisés suivant la formule (6). Par contre la polarisation se transmet aux autres noyaux par diffusion. Un calcul a été fait par l'un de nous [8] pour tenir compte de ces deux actions de la diffusion moléculaire. Nous y reviendrons en détail dans une publication ultérieure. Par contre nous donnons ici une interprétation du double effet fondée sur la thermodynamique statistique en suivant la méthode de Kittel.

V. **Interprétation statistique.** — Kittel a donné de l'effet Overhauser une interprétation statistique, fondée sur le principe suivant [9]. Quand un système à deux niveaux donne l'énergie E en passant du niveau supérieur au niveau inférieur, le rapport des populations du niveau supérieur au niveau inférieur est donné par exp $(-E/kT)$, k est la constante de Boltzmann, et T la température du réseau (ou thermostat). D'autre part, dire qu'une transition est saturée par un champ de radio-fréquence c'est dire que le réseau ne participe plus aux échanges et que l'énergie mise en jeu dans la transition saturée n'entre pas dans le bilan.

Sur cette base l'explication de l'effet Overhauser est immédiate, comme on va le souligner, en résumant l'argument de Kittel dans le cas de l'effet Overhauser.

Considérons les niveaux 1, 2, 3, 4 de la figure 1 et supposons que les spins nucléaires et les spins électroniques sont couplés par une interaction de contact ; supposons d'autre part que les relaxations nucléaires directes n'existent pas et que les spins nucléaires se relaxent par l'intermédiaire des spins électroniques (grâce au couplage de contact). Dans ces conditions une transition de relaxation nucléaire qui fait passer le système de spins nucléaires de l'état 4 à l'état 3 ne peut se faire que par la voie 4 → 1, 1 → 3 (seule la transition 1 ⟷ 4 est rendue permise par l'interaction de contact). De mêmele passage de l'état 2 à l'état 1 ne peut se faire que par la voie 2 → 4 4 → 1. Comme par hypothèse dans l'effet Overhauser les transitions 1 ⟷ 3 et 2 ⟷ 4 sont saturées, le réseau reçoit dans suite de transformations l'énergie $h\nu_e + h\nu_N \simeq h\nu_e$. Il en résulte immédiatement que le rapport des populations nucléaires est donné par exp $(- h\nu_e/kT)$ au lieu de exp $(- h\nu_N/kT)$.

Le même raisonnement peut être étendu au cas de l'effet Overhauser par interaction dipôle-dipôle dépendant du temps [9] et permet également de montrer que dans le cas de l'interaction dipôle-dipôle statique l'effet Overhauser n'est pas possible [7].

Nous allons étendre cette méthode de raisonnement au cas du double effet, en nous plaçant dans le cas de l'interaction dipôledipôle statique où comme nous venons de le dire l'effet Overhauser n'est pas observable.

Nous avons vu que cette interaction rend permise les transitions 1 ⟷ 4 et 2 ⟷ 3 avec la même probabilité $(\alpha_0 = \beta_0)$.

1er CAS. — La transition 1 ⟷ 4 est saturée. Pour relaxer un spin nucléaire correspondant par exemple à l'état 4 du système, trois voies sont possibles :

a) La voie directe 4 ⟷ 3 (ici nous ne sommes pas obligés de supposer que les spins nucléaires n'ont pas de couplage direct).

b) La voie 4 ⟷ 2 2 ⟷ 3.

c) La voie 4 ⟷ 1 1 ⟷ 3.

Si l'on admet que la relaxation électronique est beaucoup plus importante que la relaxation nucléaire, il est facile de voir qu'en choisissant le champ de pompage suffisamment intense les voies *a*) et *b*) ont une probabilité aussi petite que l'on veut devant la voie *c*), donc, seule la voie *c*) est à considérer ici.

Comme la transition 1 ⟷ 4 est saturée, l'énergie échangée avec le réseau au cours de la suite 4 ⟷ 1 1 ⟷ 3 est simplement $- h\nu_e$, c'est-à-dire que le réseau fournit de l'énergie. On retrouve donc bien que le rapport des populations nucléaires est : exp $(+ h\nu_e/kT)$ ce qui correspond à un renversement de la raie.

2e CAS. — Un raisonnement strictement analogue montrera que dans le cas où la transition 2 ⟷ 3 est saturée le rapport des populations nucléaires est : exp $(- h\nu_e/kT)$; il n'y a plus renversement de la raie.

VI. **Conclusions.**

— Le but de cet article était d'étendre les analyses classiques données pour l'effet Overhauser au cas nouveau du double effet.

Cependant la réalité s'écarte un peu de ce modèle simple par suite de l'intervention de la diffusion. Néanmoins, il est possible aussi de tenir compte du phénomène de diffusion et dans l'ensemble on apporte ici, outre un procédé important de polarisation nucléaire, un nouveau moyen d'étude des structures moléculaires. Il peut être appliquée aux phénomènes de surface et permet aussi la détermination de la structure des centres paramagnétiques dans un grand nombre de substances, particulièrement celles qui ont été soumises à des rayonnements ionisants. Il nous a été particulièrement agréable de discuter ces questions avec le Pr J. Korringa et nous sommes heureux de le remercier ici.

Manuscrit reçu le 14 novembre 1959.

BIBLIOGRAPHIE

[1] JEFFRIES (C. D.), *Phys. Rev.*, 1957, **106**, 164.
[2] ABRAGAM (A.) et PROCTOR (W. G.), *C. R. Acad. Sc.*, 1958, **246**, 2253.
[3] ERB (E.), MOTCHANE (J. L.) et UEBERSFELD (J.), *C. R. Acad. Sc.*, 1958, **246**, 2129.
[4] ERB (E.), MOTCHANE (J. L.) et UEBERSFELD (J.), *C. R. Acad. Sc.*, 1958, **246**, 3050.
[5] ABRAHAM (M.), McCAUSLAND (M. A. H.) et ROBINSON (F. N. H.), *Phys. Rev.*, Letters, 1959, **2**, 449.
[6] SOLOMON (I.), *Phys. Rev.*, 1955, **99**, 559.
[7] ABRAGAM (A.), *Phys. Rev.*, 1955, **98**, 1729.
[8] TORREY (H. C.), KORRINGA (J.), SEEVERS (D. O.) et UEBERSFELD (J.), *Phys. Rev. Letters*, 1959, **3**. 418.
[9] KITTEL (C.), *Phys. Rev.*, 1954, **95**, 589.

CALCUL DE CERTAINS COEFFICIENTS $< \sigma v >$ FIGURANT DANS LES TAUX DE RÉACTIONS THERMONUCLÉAIRES

Par Mme D. MAGNAC-VALETTE, M. MONNIER, P. CAFFIER et P. CÜER,
Laboratoire de Physique Corpusculaire, Strasbourg.

Résumé. — Il est très important de connaître les coefficients $< \sigma v >$ dans les problèmes thermonucléaires. Nous avions constaté des différences entre les résultats des différents auteurs. Aussi, nous sommes-nous décidés à refaire les calculs en tenant compte des valeurs expérimentales connues de σ. Nous donnons également de nouvelles valeurs calculées pour des températures différentes.

Abstract. — It is a very important that the rates of thermonuclear reactions $< \sigma v >$ should be known. Some discrepancies having appeared between different authors we have made the calculations of $< \sigma v >$ using recent experimental values of σ. Some new values are given also for different conditions of temperature.

Le calcul du nombre de réactions possibles, dans un mélange thermonucléaire dépend de la moyenne, sur la distribution de Maxwell à une température donnée du produit $< \sigma v >$, σ étant la section efficace de la réaction possible et v la vitesse relative des ions.

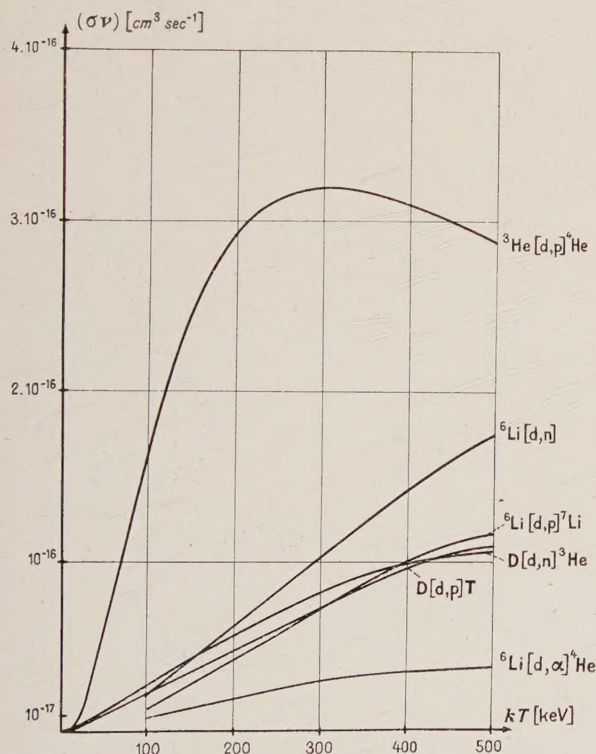


FIG. 1. — La deuxième réaction nucléaire, à droite, à partir du haut, doit s'écrire : ^{6}Li [d,n] ^{7}Be.

On peut calculer cette moyenne, soit $< \sigma v >$ par intégration graphique, σ et v étant tous deux des fonctions de v et donner $< \sigma v >$ en fonction de kT, T étant la température du mélange.

Nous avons constaté certaines divergences entre les coefficients $< \sigma v >$ calculés par différents auteurs, en particulier pour la réaction ^{3}He(dp)^{4}He [1], [2].

D'autre part, les coefficients avaient été calculés en général pour des vitesses correspondant à des

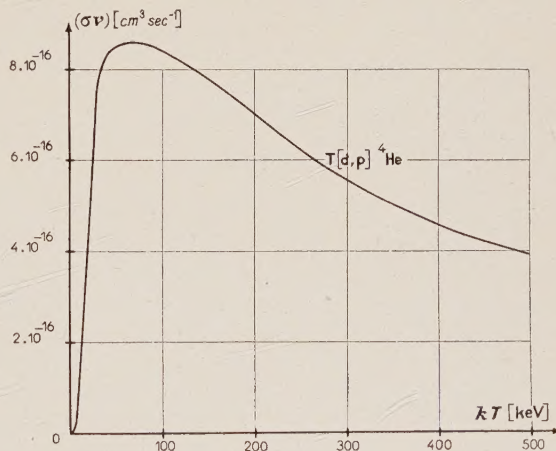


FIG. 2.

températures égales ou inférieures à $1{,}74 . 10^{9}$ °K ($kT \leqslant 150$ keV), ce qui est insuffisant pour les études à température variable que nous voulions entreprendre.

Pour les réactions à basse énergie, dans un mélange deutérium-deutérium ou deutérium-tritium, les réactions qui interviennent dans l'évolution [3] sont les suivantes :

D(d, p)T

D(d, n)^{3}He

T(d, n)^{4}He

^{3}He(d, p)^{4}He

Nous avons obtenu les courbes ci-jointes don-

nant les coefficients à partir de 500 kV. Aux températures plus basses, les courbes deviennent difficilement lisibles, et nous donnons le tableau suivant :

kT	1 keV	3 keV	5 keV	10 keV
D(dp)T	$8{,}2.10^{-23}$		$8{,}5\ .10^{-20}$	$5{,}6.10^{-19}$
$D(dn)^3He$	$8{,}4.10^{-23}$		$9\ .10^{-20}$	6.10^{-19}
$T(dn)^4He$	$6{,}7.10^{-21}$	$1{,}6.10^{-18}$	$1{,}35.10^{-17}$	$1{,}1.10^{-16}$
$^3He(dp)^4He$	$7{,}5.10^{-26}$		$7{,}3\ .10^{-21}$	$1{,}9 \pm 0{,}2.10^{-22}$

La marge d'erreur importante pour la réaction 4 provient de l'erreur expérimentale sur la section efficace.

Entre 5 et 150 keV, nos résultats sont en accord avec ceux de T. Hesslberg, Jensen, Kofoed-Hansen, Sillessen et Wandel [1],

Par contre, ils diffèrent notablement des résultats obtenus par E. B. Fossey et publiés par W. B. Thomson [2] en ce qui concerne la réaction 4 et légèrement en ce qui concerne les autres réactions.

La marge d'erreur n'est pas due à des divergences entre les résultats expérimentaux, car nos valeurs ont été calculées d'après toutes les données expérimentales publiées jusqu'en 1959 en accordant le même poids aux différents expérimentateurs, et notre erreur couvre les différences.

Nous retrouvons le même désaccord avec Thomson et Fossey en ce qui concerne les réactions $^6Li(d\alpha)^4He$ et $^6Li(dp)^7Li$ où pour $kT = 100$ keV, nous obtenons un résultat dix fois plus petit.

Les résultats expérimentaux que nous avons utilisés, sont ceux qui ont été publiés par Los Alamos et ceux obtenus dans notre Laboratoire [4].

Ce travail a pu être réalisé grâce à l'appui matériel bienveillant que nous a accordé le Commissariat à l'Énergie Atomique dans le cadre d'un contrat en cours sur les réactions thermonucléaires passé avec notre Laboratoire.

Nous tenons à lui en exprimer ici même toute notre gratitude.

Manuscrit reçu le 20 novembre 1959.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Hesselberg (T.), Jensen, Kofoed (O.), Hansen, Sillessen (A. H.) et Wandel (C. F.) (Rivo Report n° 2, mai 1958).

[2] Thomson (W. B.), *Proc. Phys. Soc.* B, 1957, **70**, Part 1.

[3] Magnac-Valette (D.), Lacombe (E.) et Cüer (P.), P/1184, 2nd U. N., Geneva Conference, Pergamon Press, London.

[4] Magnac-Valette (D.), Lacombe (E.), Bilwes (R.) et Cüer (P.), Détermination des sections efficaces de la réaction D + D = p + T à des énergies inférieures à 15 keV. (*J. Physique Rad.*, en cours de publication.)

Le Gérant : Maurice Blondin — Dépôt légal : 1er trim. 1960. — Imp. Taffin-Lefort, à Lille (France).